VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA FINANCÍ

Řízení aktiv a pasiv za neurčitosti na bázi cenných papírů s pevným příjmem

Asset and liability management under uncertainty for fixed income securities

Student: Bc. Klára Strnková
Vedoucí diplomové práce: prof. Dr. Ing. Zdeněk Zmeškal

Ostrava 2009

Obsah

1 Úvod

Jedním z nejdůležitějších prvků každé zdravé a dobře fungující ekonomiky je kapitálový trh, jehož nedílnou součástí je burza. Na kapitálovém trhu se setkávají dvě základní skupiny subjektů, a to emitenti a investoři. Emitenti na trh vstupují především za účelem získání finančních prostředků pro rozvoj svého podnikání a investoři se snaží vhodnou investicí zhodnotit finanční prostředky, kterými disponují. Aby byl pohyb kapitálu rychlý, efektivní a byl podpořen dostatkem informací, je nutné jej nějakým způsobem organizovat. Roli organizátora zajišťuje burza cenných papírů. Burza je tedy místem kde dochází ke střetávání nabídky a poptávky po daném investičním instrumentu.

Cílem diplomové práce je nalezení takového portfolia, které bude odpovídat všem požadavkům firmy Alfa. Firma postupně naspořila 10 000 EUR a má v plánu vzít si v bance úvěr na 40 000 EUR, které chce investovat do dluhopisů a požaduje, aby výnosy z těchto dluhopisů pokryly splátky úvěru a chce maximalizovat bohatství na konci plánovaného období. Finanční manažer má v plánu vytvořit dvoufázový model a sestavit portfolio z dluhopisů obchodovaných na Italské burze. Finanční manažer bude provádět veškerá svá rozhodnutí o tomto portfoliu k 1. únoru 2009 a bude rozhodovat na následujících 7 let. Manažer učiní své rozhodnutí na základě výpočtů provedených pomocí programu MS Excel.

V druhé části diplomové práce budou charakterizovány cenné papíry s pevným příjmem a výnosové křivky. Největší pozornost zde bude věnována obligacím a jejich parametrům.

Třetí část diplomové práce bude zaměřena na popis metodiky řízení aktiv a pasiv za neurčitosti na bázi cenných papírů s pevným příjmem. Budou zde popsány jednotlivé modely řízení aktiv a pasiv za neurčitosti a jejich struktura.

Ve čtvrté část diplomové práce bude provedena aplikace vybraných modelů a jejich ověření. V této části bude definován problém, budou popsána vstupní data, bude provedena matematická formulace omezujících podmínek a účelové funkce, bude popsán postup řešení a následně bude provedeno řešení problému. Výsledné optimální portfolio bude okomentováno a na konci této části bude provedeno investiční doporučení pro firmu Alfa.

2 Charakteristika cenných papírů s pevným příjmem a výnosových křivek

V této kapitole budou popsány cenné papíry s pevným příjmem se zaměřením zejména na obligace a dále také forwardové a spotové výnosové křivky, včetně jejich tvarů.

2.1 *Cenné papíry s pevným příjmem*

V této podkapitole budou popsány jednotlivé cenné papíry s pevným příjmem a pozornost bude zaměřena především na obligace, úvěry a finanční deriváty na úrokové sazby. U obligací bude popsáno také jejich dělení a parametry.

Cenné papíry s pevným příjmem jsou instrumenty, u nichž známe přesný moment výplaty kupónu i nominální hodnoty, ale u kupónu není výše výplaty vždy známá. Mezi tyto cenné papíry patří především obligace, které lze dělit například z hlediska typu výplatních funkcí. Všeobecně mezi cenné papíry s pevným příjmem patří i všechny instrumenty, které jsou závislé na úrokových sazbách. To znamená úvěry, pohledávky, finanční deriváty na úrokové sazby a podobně. Protože jsou tyto instrumenty závislé na úrokových sazbách, jsou rizikovým faktorem právě tyto sazby. Mezi finanční deriváty na úrokové sazby řadíme například FRA (forward rate agreement), swapy, hypoteční zástavní listy (dluh je možné splatit předčasně) a callable bonds (emitent může předčasně vyplatit obligace). Dále mezi cenné papíry s pevným příjmem patří také kreditní deriváty, které slouží k zajištění kreditního rizika a jejich podkladovým aktivem jsou úrokové sazby. Typickým kreditním derivátem je například credit default swap.

2.1.1 Charakteristika obligací

V České republice se obligace obchodují se na Burze cenných papírů Praha a.s. a obchodování s nimi upravuje zákon 190/2004 Sb. o dluhopisech. Obligace patří stejně jako akcie do dlouhodobých cenných papírů a ekonomické subjekty je využívají jak pro získání kapitálu, tak také jako příležitost pro investování. Výhodou obligací je relativní bezpečnost investice ve srovnání s akciemi a právě proto jsou oblíbeny především mezi konzervativními investory.

Dluhopis je podle zákona zastupitelný cenný papír, s nímž je spojeno právo na splacení dlužné částky, povinnost emitenta toto právo uspokojit a může být vydán v listinné nebo zaknihované podobě. Emisí dluhopisů se rozumí soubor dluhopisů vydávaných na základě stejných emisních podmínek a majících stejné datum emise a stejné datum splatnosti. Dluhopisům téže emise se přidělí stejné identifikační označení podle mezinárodního systému číslování pro identifikaci cenných papírů (ISIN), je-li přidělováno, nebo jiný údaj identifikující dluhopis. Dluhopisem vydávaným v České republice se rozumí dluhopis, který byl v listinné podobě předán nebo v zaknihované podobě zapsán v evidenci podle zvláštního právního předpisu upravujícího podnikání na kapitálovém trhu na účet prvnímu nabyvateli na území České republiky. Kupóny jsou cenné papíry na doručitele, které lze vydávat pro účely uplatnění práva na výnos z dluhopisu. Listinné kupóny se vydávají v kupónovém archu. Cílem investora, který investuje do obligací, je zajištění výnosu z pravidelných kupónových plateb, které majiteli náleží. Kupóny majiteli plynou po celou dobu držby obligace a v den splatnosti je mu vyplacena také nominální hodnota obligace.

Dluhopis vydávaný v listinné podobě musí mít podle zákona tyto náležitosti:

- údaje o emitentovi (u právnické osoby obchodní firma, sídlo a identifikační číslo; u fyzické zahraniční osoby jméno a příjmení, datum narození, bydliště v České republice, obchodní firma, místo podnikání a identifikační číslo),
- název dluhopisu, který obsahuje slovo "dluhopis" nebo označení zvláštního druhu dluhopisu,
- identifikační označení podle mezinárodního systému číslování pro identifikaci cenných papírů nebo jiný údaj identifikující dluhopis,
- jmenovitou hodnotu,
- údaj o schválení emisních podmínek,
- výnos dluhopisu nebo způsob stanovení jeho výše,
- datum emise,
- způsob a místo výplaty jmenovité hodnoty dluhopisu a výnosu z něho,
- formu dluhopisu,
- prohlášení emitenta, že se zavazuje splatit dlužnou částku způsobem a v místě uvedeném v emisních podmínkách,
- data splatnosti dluhopisu a výnosu z něho, pokud není výnos určen rozdílem mezi jmenovitou hodnotou dluhopisu a jeho nižším emisním kurzem,

- číselné označení dluhopisu,
- u dluhopisu znějícího na jméno i jméno a příjmení, obchodní firmu nebo název jeho prvního vlastníka,
- podpis nebo otisk podpisu osob oprávněných k datu emise jednat jménem emitenta, anebo podpis nebo otisk podpisu emitenta.

Dluhopis může obsahovat také kupónový arch s talónem nebo opční list. Kupónový arch je složen z jednotlivých kupónu, které opravňují k obdržení úroku a talón opravňuje majitele k obdržení dalšího kupónového archu. Opční list vyjadřuje právo držitele koupit nebo prodat akcii, jiný dluhopis nebo cenný papír na základě toho, že je držitelem dluhopisu.

Důležitou součástí dluhopisu v praxi může být také call opce spojená s dluhopisem, neboli tzv. odkupní právo, které umožňuje emitentovi splatit dluhopisy před dobou zralosti za předem smluvenou odkupní cenu, tzv. call price, která se většinou rovná součtu nominální hodnoty a opčního poplatku. Call opce je výhodná pro emitenta, protože mu poskytuje finanční flexibilitu, ale částečně znevýhodňuje investora, za což se mu dostává kompenzace v podobě opčního poplatku. Dluhopisy s opcí mívají většinou vyšší kupónovou sazbu než dluhopisy bez opce.

Další součástí dluhopisů je i umořovací fond, tzv. sinking fund, který slouží k zajištění schopnosti emitenta v den zralosti vyplatit investorovi nominální hodnotu dluhopisu. Umořovací fond se většinou vytváří pravidelnými odvody podle předem stanoveného plánu, například podle odpisů majetku, na jehož pořízení byly dluhopisy emitovány.

2.1.2 Dělení obligací

Z pohledu emitenta lze dluhopisy dělit na státní dluhopisy, které představují pro investora minimální riziko nesplacení, ale i nižší úroky, pokladniční poukázky, jejichž emitentem je Česká národní banka a typická je pro ně kratší doba do splatnosti než u státních dluhopisů a minimální riziko nesplacení a nejsou obchodovány na burze, komunální dluhopisy, které vydávají obce, představují nízké riziko nesplacení a vyšší míru zhodnocení, zaměstnanecké dluhopisy, které emitují firmy pro své zaměstnance, podnikové dluhopisy, které emitují firmy pro všechny investory a představují vyšší riziko nesplacení, ale i vyšší míru zhodnocení než u státních a komunálních dluhopisů a bankovní dluhopisy, které jsou podobné podnikovým dluhopisům, ale jsou emitovány některou komerční bankou.

Z pohledu doby do splatnosti lze dluhopisy dělit na krátkodobé (se splatností do 5-ti let), střednědobé (se splatností od 5-ti do 10-ti let) a dlouhodobé (se splatností nad 10 let).

Z hlediska typu výplatních funkcí dělíme dluhopisy na dluhopisy:

- s nulových kupónem (zero bonds) – jsou prodávány s diskontem,
- s fixním kupónem (straight bonds) - v době uzavření kontraktu známe moment výplaty i výši částky, jsou nejběžnějším typem dluhopisů,
- s variabilním kupónem (variable rate bonds) - kupóny se vyplácí v předem stanovených momentech, ale v době uzavření kontraktu neznáme jejich výšku. Ta se odvíjí od aktuálních úrokových sazeb, jako je například PRIBOR, dosažených na počátku daného období.
- Indexované (index-linked bonds) – úroková sazba kupónu se většinou váže na nějaký index, míru inflace a podobně,
- s odloženým kupónem (deferred coupon bonds) – první kupón z těchto dluhopisů je vyplácen s odkladem,
- konvertibilní (convertible bonds) – je možné je v budoucnu vyměnit za akcie nebo jiné dluhopisy,
- příjmové (income bonds) – kupón je vyplácen pouze v případě, že je emitent schopen vyprodukovat dostatečný zisk,
- zajištěné majetkem emitenta (secured bonds) – jsou většinou kryty nehmotnými aktivy emitenta a nejběžnějším typem jsou hypoteční dluhopisy (mortgage bond) ,
- opční (callable bonds) – je zde právo emitenta na předčasné splacení,
- s opčními listy (bonds with warrants),
- dvojměnové (dual currency bonds) – kupón je vyplácen v jiné měně, než na jakou zní dluhopis.

Dále lze dluhopisy dělit také na zahraniční (foreign bonds) a eurodluhopisy (Eurobonds). Zahraniční dluhopisy jsou emitované v cizí zemi a měně na základě zákonů země, v níž jsou emitovány a eurodluhopisy jsou emitovány na eurotrhu, nepodléhají zákonům země emise, a proto je lze emitovat bez registračních prospektů, poplatků a dalších opatření.

2.1.3 Základní parametry obligací

Alikvotní úrokový výnos

Alikvotní úrokový výnos (*AÚV*) představuje úrok naběhlý od poslední výplaty kupónu. Jde tedy o úrok za určitou poměrnou část roku. Při výpočtu se všechny měsíce počítají jako 30 dní dlouhé a *AÚV* se pak vypočte jako:

$$AÚV = \frac{hodnota\ kupónu \cdot n}{360}, \tag{2.1.1}$$

kde *n* je počet dní zbývajících do příští výplaty kupónu.

Čistá cena obligace

Čistá cena obligace je někdy označována také jako clean price. Jde o cenu, za kterou je dluhopis obchodován bez ohledu na výplatu kupónu, na který má investor v době držby dluhopisu nárok. Tato cena však není většinou vyjadřována přímo, ale pomocí čistého kursu, který vyjadřuje procentní podíl čisté ceny na nominální hodnotě *(NH)* dluhopisu. Čistá cena je pak dána součinem čistého kursu a nominální hodnoty dluhopisu:

$$čistá\ cena = čistý\ kurs \cdot \frac{NH}{100}. \tag{2.1.2}$$

Tržní cena obligace

Tržní cena obligace (*TCO*) je někdy označována jako hrubá cena nebo dirty price, protože se skládá z čisté ceny obligace a alikvotního úrokového výnosu. Jde o cenu, za kterou se obligace v daném čase obchoduje na trhu a tato cena se musí rovnat současné hodnotě finančních toků plynoucích z držení obligace.

$$TCO \equiv hrubá\ cena \equiv dirty\ price = čistá\ cena + AÚV\ . \tag{2.1.3}$$

Ze vztahů (2.1.2) a (2.1.3) tedy vyplývá, že *TCO* lze vyjádřit také jako:

$$TCO = čistý\ kurs \cdot \frac{NH}{100} + AÚV. \tag{2.1.4}$$

Čistá a hrubá cena obligace je zpravidla sledována z důvodu hřebenovitého tvaru závislosti *TCO* na době do splatnosti obligace.

Výnosnost obligace

Výnosnost obligace (y) vyjadřuje skutečný výnos z obligace se zohledněním kupní ceny obligace. Výnos do splatnosti je pak určen jako vnitřní výnosové procento (y) z finančních toků (CF) z obligace v jednotlivých letech existence obligace a tržní ceny obligace (TCO):

$$\sum_t CF_t \cdot (1+y)^{-t} = TCO = \sum_t PV(CF_t)\,, \tag{2.1.5}$$

kde $PV(CF)$ je současná hodnota obligace.

Macaulayova durace obligace

Macaulayova durace obligace (D) je váženým průměrem současných hodnot finančních toků a lze ji tedy chápat jako koeficient elasticity nebo průměrnou dobu do splatnosti obligace. Pro případ jednoročního diskrétního úročení a plochou výnosovou křivku platí, že současná hodnota obligace se rovná:

$$\sum_t PV(CF_t) = \sum_t CF_t \cdot (1+y)^{-t} \tag{2.1.6}$$

a durace se vypočte jako:

$$D = \frac{1}{P}\sum_t t \cdot CF \cdot (1+y)^{-t} = \sum_t t \cdot \frac{PV(CF_t)}{P} = \sum t \cdot w_t\,, \tag{2.1.7}$$

kde P je počáteční cena obligace, CF jsou finanční toky plynoucí z obligace, y je tržní výnos obligace, $PV(CF_t)$ je současná hodnota kupónu v čase t a w_t je váha přiřazená jednotlivým okamžikům výplaty kupónu, která vyjadřuje podíl současné hodnoty kupónu v čase t k tržní ceně obligace. V případě obligace s nulovým kupónem se durace rovná době do splatnosti obligace.

Pro případ spojitého úročení se současná hodnota obligace vypočte jako:

$$P = \sum_t CF_t \cdot e^{-y \cdot t}\,. \tag{2.1.8}$$

Macaulayova durace obligace vyjadřuje také citlivost změny ceny obligace na úrokové sazby:

$$-D = -\frac{1}{P}\sum t \cdot CF_t \cdot (1+y)^{-t} = \frac{\frac{dP}{P}}{\frac{d(1+y)}{1+y}} \qquad (2.1.9)$$

kde $\frac{dP}{P}$ vyjadřuje relativní změnu ceny obligace a $\frac{d(1+y)}{1+y}$ vyjadřuje relativní změnu výnosu do splatnosti obligace. Durace pak udává, jak se zvýší relativně tržní cena obligace, jestliže úroková sazba relativně klesne o jednotku.

Modifikovaná durace obligace

Modifikovaná durace (MD) obligace vyjadřuje relativní změnu ceny v závislosti na absolutní změně úrokových sazeb a může být interpretována pouze jako koeficient citlivosti. Pro případ jednoročního diskrétního úročení a plochou výnosovou křivku se modifikovaná durace rovná:

$$MD = \frac{1}{1+y} \cdot D\,. \qquad (2.1.10)$$

Pro případ spojitého úročení se modifikovaná durace obligace vypočte jako:

$$MD = -\frac{1}{P} \cdot \frac{dP}{dy} = \frac{1}{P} \cdot \sum_t t \cdot e^{-y \cdot t} \cdot CF_t = \sum_t \frac{t \cdot CF_t \cdot e^{-y \cdot t}}{P}\,. \qquad (2.1.11)$$

Korunová (dolarová, měnová) durace

Korunová durace (KD) vyjadřuje absolutní změnu ceny obligace k absolutní změně úrokových sazeb. Tento typ durace se používá u finančních instrumentů, u kterých je počáteční hodnota nulová (například forwardy, swapy), protože u nich nelze použít Macaulayovu ani modifikovanou duraci z důvodu dělení nulou.

$$KD = -\frac{dP}{dy}\,. \qquad (2.1.12)$$

Fisher-Weilova durace

Fisher-Weilova (D_{FW}) durace se používá pro zjištění citlivosti cen obligací na změnu úrokových sazeb v případě, že dochází pouze k paralelnímu posunu výnosových křivek. V tomto případě nemusí být výnosové křivky pouze ploché, ale mohou být také rostoucí, klesající, vypouklé nebo inverzní a podobně. Při spojitém úročení platí, že se cena obligace vypočte jako:

$$P(\lambda) = \sum_t CF_t \cdot e^{-(y_t+\lambda)\cdot t} \cdot t \,, \tag{2.1.13}$$

kde y_t popisuje výchozí tvar výnosové křivky a λ vyjadřuje výchozí posun. Fisher-Weilovu duraci lze tedy vypočíst jako:

$$D_{FW} = \frac{1}{P(\lambda)} \cdot \frac{dP(\lambda)}{d\lambda} = \frac{1}{P(\lambda)} \cdot \sum_t t \cdot e^{-(y_t+\lambda)\cdot t} \cdot CF_t \ . \tag{2.1.14}$$

Macaulayova konvexita

Macaulayova konvexita (C) vyjadřuje druhou derivaci změny ceny obligace na druhou derivaci změny úrokových sazeb. Říká tedy, jak se kvadraticky relativně změní cena obligace, pokud se kvadraticky relativně změní výnos do splatnosti. Jde o derivaci durace podle úrokových sazeb.

$$C = \frac{\frac{d^2 P}{P}}{\frac{dy^2}{(1+y)^2}} = \frac{1}{P} \cdot \sum_t t \cdot (1+t) \cdot CF_t \cdot (1+y)^{-t} \ . \tag{2.1.15}$$

Disperze

Disperze $(DISP)$ udává, jak se kvadraticky odchylují finanční toky z obligace od durace dané obligace v čase a charakterizuje rozptýlenost finančních toků. Čím více jsou finanční toky soustředěny k jednomu okamžiku, tím je disperze menší.

$$DISP = \sum_t w_t \cdot (t-D)^2 = \sum \frac{PV_t}{\sum PV_t} \cdot (t-D)^2 = \frac{1}{P} \cdot \sum CF_t \cdot (1+y)^{-t} \cdot (t-D)^2 \tag{2.1.16}$$

2.1.4 Charakteristika úvěrů

Úvěr je formou dočasného postoupení zboží nebo peněžních prostředků věřitelem dlužníkovi na principu návratnosti. Dlužník musí být ochoten za tuto půjčku po uplynutí nebo v průběhu doby splatnosti zaplatit určitý úrok ve formě peněžité prémie. Poskytování úvěrů patří mezi základní činnosti bank a je to hlavní položka jejich aktiv, která jim zajišťuje příjmy. Úvěry však mohou poskytovat i jiné instituce nebo osoby. Úvěry lze podmínit pořízením konkrétní věci, využitím určité služby a podobně. Mezi podmíněné úvěry patří například hypoteční úvěry.

Úvěr je uzavírán mezi bankou (nebo jiným poskytovatelem) a fyzickou (nebo právnickou) osobou většinou uzavřením úvěrové smlouvy. U standardizovaných úvěrů jsou stanoveny podmínky, které musí žadatel o úvěr splnit a odvíjí se od toho, zda se jedná o fyzickou, či právnickou osobu. Banka si například zjistí klientovi osobní údaje a finanční situaci. U právnických osob je analyzován také podíl vlastního a cizího kapitálu ve firmě a je zkoumán podíl krátkodobých, střednědobých i dlouhodobých zdrojů. Následně je proveden tzv. přepočet bonity. Tzn., že se přepočtou analýzy likvidity, bonity, rentability a další. Nakonec se poskytovatel rozhodne, zda může bezpečně úvěr poskytnout. Úvěry lze dělit například podle formy poskytnutí a splácení na:

- zbožové úvěry – jsou poskytovány a spláceny ve zboží,
- obchodní úvěry – jsou poskytovány ve zboží a spláceny v penězích,
- pronájem placený dopředu nebo předplatné – je poskytnut v penězích a splácen ve zboží nebo službách,
- peněžní úvěry – jsou skutečným poskytnutím peněz, i když nejčastěji v bezhotovostní podobě,
- závazkové úvěry a závazky – banka ručí za svého klienta a případné zaplacení jeho závazku,
- alternativní formy financování – klient získá finanční prostředky za určitých specifických podmínek.

Mezi peněžní úvěry patří úvěry kontokorentní, provozní, investiční, eskontní, hypoteční a spotřební. Mezi závazkové úvěry a závazky patří úvěry akceptační, avalové a bankovní záruka a mezi alternativní formy financování se řadí faktoring, forfaiting a leasing.

2.1.5 Finanční deriváty na úrokové sazby

V následující podkapitole budou popsány finanční deriváty na úrokové sazby, jako jsou FRA, swapy a hypoteční zástavní listy.

Forward Rate Agreement

FRA je bilančně neutrální operace, která spočívá v dohodě o úrokových sazbách na určitý termínový vklad nebo úvěr v určitém sjednaném budoucím časovém období. Mezi smluvními stranami nedochází k výměně jistiny, ale pouze k vyrovnání rozdílu mezi dohodnutou cenou FRA kontraktu a referenční cenou v době splatnosti kontraktu, přičemž referenční sazbou bývá obvykle PRIBOR. Nominální hodnota FRA slouží pouze k odvození výše plnění vyplývajícího z obchodu. Kupující FRA se zajišťuje proti nárůstu úrokových sazeb a prodávající proti jejich poklesu. FRA se vztahuje na jedno konkrétní úrokové období.

Hlavní výhodou je rychlost komunikace, protože obchody je možné uzavírat i prostřednictvím telefonu. Úrokové období se u obchodu FRA určuje dvěma lhůtami, které udávají časovou vzdálenost ode dne uzavření obchodu FRA do začátku období FRA a do konce období FRA. Například u FRA „6 na 9" tedy začíná období FRA za 6 měsíců ode dne uzavření dohody FRA a trvá 3 měsíce. Standardní periody jsou za 1, 3, 6, 9 měsíců na 3 měsíce a za 3 a 6 měsíců na 6 měsíců a maximální splatnost je 2 roky. Na počátku úročícího období dojde k vypořádání jedním peněžním tokem, přičemž platbu provádí strana, která je v nevýhodné pozici. Částka platby se rovna diskontovanému rozdílu mezi pevnou sazbou FRA a hodnotou fixované referenční úrokové sazby, vztažené k délce příslušného úročícího období. Operace FRA jsou analogické standardním depozitům a úvěrům, ale rozdílem je, že jde o dohodu o úrokové sazbě na budoucí období. Další výhodou je neexistence poplatků a pohodlí v podobě telekomunikace a úhrady pouze rozdílu mezi dohodnutou cenou FRA kontraktu a tržní cenou v době splatnosti kontraktu, zajištění proti úrokovému riziku, existence poměrně likvidního trhu a možnost individuálního sjednání částky, počátku i délky úročícího období.

Dohoda FRA obsahuje údaje o dohodnuté úrokové sazbě, úrokovém období, počátku úrokového období, nominální částce a tržní úrokové sazbě.

Swapy

Swapy jsou dohodou mezi dvěma stranami o výměně aktiv, práv nebo povinností po určité časové období. V případě devizových a měnových swapů dochází k výměně aktiv, v případě úrokových swapů dochází k výměně práv a povinností po určité časové období. Hrozí zde však riziko, že vyměněné aktivum bude možné v době splatnosti prodat nebo koupit za výhodnější cenu, nebo že zaplacené úroky budou nižší (vyšší), než bylo očekáváno.

Swapy se používají k řízení rizika, ke spekulaci a zejména ke snížení transakčních nákladů. Při snižování transakčních nákladů se využívá toho, že domácí subjekty mají na domácím trhu přístup k výhodnějším úrokům než subjekty zahraniční, a tak si vzájemně tyto výhodnější podmínky nabídnou. K obchodování swapů dochází mimoburzovně a sjednávají si je obě strany individuálně. Swapy lze dělit na:

- akciové (equity swaps) – subjekty si navzájem směňují platby plynoucí z vývoje akciového indexu za platby úrokové,
- úrokové swapy (single currency interest rate swaps) – subjekty si mezi sebou směňují nejčastěji fixní a variabilní úrokové platby ve shodné měně,
- měnové swapy (cross-currency interest rate swaps nebo currency swaps) - protistrany si mezi sebou směňují úrokové platby a někdy i jistiny v různých měnách,
- komoditní (commodity swaps) – subjekty si mezi sebou směňují platby sjednaných fixních cen komodit za platby tržních cen těchto komodit.

Hypoteční zástavní listy

Hypoteční zástavní listy jsou upraveny zákonem č. 190/2004 Sb., o dluhopisech a zákonem č. 591/1992 Sb., o cenných papírech. Hypoteční zástavní listy (HZL) jsou jedním z nejbezpečnějších investičních instrumentů, jde o cenné papíry podobné dluhopisům, které mají pevné úročení a jsou zpravidla vydávány na pět a více let. Vydávají je hypoteční banky, za účelem získání peněz na poskytování hypotečních úvěrů. Každý HZL je zajištěn pohledávkami z poskytnutých hypotečních úvěrů, které jsou zajištěny zástavním právem k nemovitosti. Zvykem je, že tržní cena nemovitosti přesahuje hodnotu zástavy minimálně o 30 procent. Kvalitu krytí HZL pohledávkami z hypotečních úvěrů sleduje Česká národní banka a Komise pro cenné papíry. Vedle tohoto řádného krytí existuje také tzv. náhradní krytí, kde mohou být zahrnuty pouze vysoce likvidní, jako je například hotovost, státní dluhopisy nebo vklady u ČNB. Takto kvalitní krytí činí z HZL jeden z nejbezpečnějších cenných papírů. HZL jsou tak vhodné pro konzervativní investory, kteří nemají příliš velké zkušenosti na kapitálových trzích a nechtějí podstupovat vyšší riziko. Výhodou HZL je především to, že nepodléhají dani z příjmu a jsou poměrně likvidní. Držitel může hypoteční zástavní listy před splatností prodat zpět hypoteční bance, na burze nebo v RM Systému.

2.2 Výnosové křivky

V této podkapitole budou popsány spotové i forwardové výnosové křivky, bude vysvětlen jejich tvar a jednotlivé tvary budou dále také popsány.

Finanční instrumenty s pevnými příjmy jsou určeny zejména tvarem a vývojem výnosových křivek. Výnosová křivka vyjadřuje závislost výnosu do splatnosti na době do splatnosti a má většinou rostoucí tvar. Výnosové křivky mohou mít ale také tvar plochý, klesající, vypouklý nebo inverzní. Výnosová křivka se vždy konstruuje pro konkrétní dluhopisy, které se liší pouze dobou do splatnosti, ale jinak mají stejné vlastnosti. Jde především o typ emitenta a kreditní kvalitu. Výnosové křivky se nejčastěji publikují na bázi státních dluhopisů, ale lze však konstruovat výnosové křivky i pro jiné typy dluhopisů.

Výnos do splatnosti je určen jako vnitřní výnosové procento (y) z finančních toků (CF) a tržní ceny (TCO) instrumentu s pevnými příjmy (2.1.5). Podle toho, jak je výnos konstruován, lze rozlišovat výnosovou křivku spotovou a forwardovou. Obecně lze výnos označit jako ${}_{a}y_{bc}$, kde a vyjadřuje moment rozhodování, b vyjadřuje začátek a c vyjadřuje konec intervalu, z něhož je výnos počítán.

Z teoretického hlediska je nejčistější konstrukce výnosové křivky z diskontních dluhopisů (zero-coupon bonds), jejichž durace je totožná s dobou splatnosti. Pokud ovšem trh diskontních dluhopisů neexistuje, což je i případ ČR, je možné si pomoci tím, že na vodorovnou osu je vynesena durace příslušných dluhopisů. Často se konstruují také výnosové křivky pro peněžní trh se splatností do 12-ti měsíců a pro trh dluhopisů.

Výnosová křivka je vhodným prognostickým nástrojem, protože obsahuje očekávání trhu ohledně budoucího vývoje úrokových sazeb a tím pádem i inflace a dalším makroekonomických veličin, které s úrokovými mírami souvisí. Výhodou je, že použití je jednoduché a i přesto její informační hodnota překonává mnohé finanční a makroekonomické indikátory při předpovědi recesí.

2.2.1 Spotová výnosová křivka

Spotová výnosová křivka odráží očekávání trhu ohledně budoucího vývoje úrokových sazeb po celé délce výnosové křivky a pouze tím je určen její tvar. Spotový výnos (r) je výnos, který je vždy stanoven v intervalu, který začíná okamžikem rozhodnutí:

$$_0 y_{0,t} = r_t \,. \tag{2.2.1}$$

Spotový výnos závisí na počtu výplat kupónu za rok *m*. Pokud se předpokládá pouze jedna výplata kupónu za rok, pak je spotový výnos určen dle (2.1.5). Pokud se předpokládá více výplat kupónů v průběhu rok, pak je spotový výnos určen takto:

$$\sum_t CF \cdot \left(1 + \frac{r_t}{m}\right)^{-t \cdot m} = TCO \,, \tag{2.2.2}$$

a za předpokladu spojitého úročení:

$$\sum_t CF_t \cdot e^{-r_t \cdot t} = TCO \,. \tag{2.2.3}$$

Nejčastějším způsobem konstrukce spotové výnosové křivky je využití řady obligací s nulovým kupónem. Pro diskrétní jednoroční případ z (2.1.5) vyplývá, že

$$CF_t \cdot (1 + r_t)^{-t} = TCO \,. \tag{2.2.4}$$

Pokud obligací s nulovým kupónem není k dispozici dostatek, lze využít ke stanovení spotového výnosu i obligace s kupónem dle (2.1.5). Pro dlouhodobé sazby lze využít tržního ocenění swapových instrumentů na úrokové sazby.

2.2.2 Forwardová výnosová křivka

Forwardový výnos (f) je výnos, který je určen vždy z intervalu v budoucnosti

$$_0 y_{t_1,t} = f_t \,. \tag{2.2.5}$$

O forwardu na jedno období se někdy hovoří také jako o krátkodobém výnosu,

$$_0 y_{t_1,t} = f_t = s_t \,, \text{ kde } t - t_1 = 1 \,. \tag{2.2.6}$$

Za předpokladu nemožnosti arbitráže, zanedbání transakčních nákladů a stejné výši výpůjční i zápůjční sazby lze forwardovou křivku odvodit ze spotové křivky. V případě jednoročního úročení se odvození provádí následovně,

$$(1+r_t)^t = (1+r_{t-dt})^{t-dt} \cdot (1+f_t)^{dt}, \tag{2.2.7}$$

kde dt je časový interval pro forwardovou sazbu. Z toho vyplývá, že

$$f_t = \left[\frac{(1+r_t)^t}{(1+r_{t-dt})^{t-dt}} \right]^{\frac{1}{dt}} - 1, \tag{2.2.8}$$

a pro případ, že $dt = 1$,

$$f_t = \frac{(1+r_t)^t}{1(+r_{t-dt})^{t-1}} - 1. \tag{2.2.9}$$

V případě vícenásobného diskrétního úročení platí, že

$$\left(1+\frac{r_t}{m}\right)^{m \cdot t} = \left(1+\frac{r_{t-dt}}{m}\right)^{(t-dt)\cdot m} \cdot \left(1+\frac{f_t}{m}\right)^{dt \cdot m}. \tag{2.2.10}$$

V případě spojitého úročení pak,

$$e^{r_t \cdot t} = e^{r_{t-dt} \cdot (t-dt)} \cdot e^{f_t \cdot dt}, \tag{2.2.11}$$

a tedy,

$$f_t = \left[\frac{r_t \cdot t - r_{t-dt} \cdot (t-dt)}{dt} \right]. \tag{2.2.12}$$

Každý spotový a forwardový výnos lze konstruovat z krátkodobých (jednointervalových) sazeb následovně:

$$(1+r_t)^t = (1+s_1) \cdot (1+s_2) \cdot \ldots \cdot (1+s_t), \tag{2.2.13}$$

$$(1+f_t)^{dt} = (1+s_{t-dt+1}) \cdot (1+s_{t-dt+2}) \cdot \ldots \cdot (1+s_t). \tag{2.2.14}$$

2.2.3 Vysvětlení tvaru výnosových křivek

Tvar výnosových křivek bývá vysvětlován teorií očekávání, teorií preference likvidity a teorií segmentovaných trhů.

Teorie očekávání vychází z předpokladu, že spotové křivky jsou určeny z očekávání budoucích sazeb, tzn. implicitními forwardovými sazbami, které je možné zároveň chápat jako střední hodnoty rozdělení pravděpodobnosti forwardových sazeb.

Teorie preference likvidity vychází z tvrzení, že investoři preferují krátkodobé cenné papíry před dlouhodobými a to z toho důvodu, že ceny dlouhodobých obligací jsou citlivější na pohyb úrokových sazeb, a že se může vyskytnout potřeba prodat obligaci před uvažovanou dobou splatnosti. Dlouhodobější dluhopisy jsou pro investory spojeny s vyšším rizikem, a proto jejich držitelé vyžadují vyšší výnosy.

U teorie segmentovaných trhů je struktura úrokových sazeb vysvětlována tím, že existují různé skupiny investorů podle doby do splatnosti, kterou požadují a tím, že v těchto segmentech jsou výnosy určeny nabídkou a poptávkou, přičemž většina investorů preferuje kratší doby do splatnosti. Vyšší poptávka po krátkodobých dluhopisech má za následek vyšší ceny a nižší výnosy. Proto je výnosová křivka pozitivně skloněná.

Velkou oblibu si v každodenní praxi makléřských firem a investičních bank získala hlavně čistá teorie očekávání, a to i přesto, že není schopna vysvětlit, proč za normálních okolností převládá pozitivně skloněný tvar křivky. Hlavní výhodou této teorie je však možnost vypočíst očekávání trhu pomocí jednoduchého vzorce. Investoři tento postup používají jako pomůcku pro rozhodování, přestože vědí, že poskytuje pouze vychýlené odhady. Vypočtené forwardové výnosové křivky jsou pak posunuté vzhůru oproti skutečnému očekávání trhu, což je možné doložit na historii časových řad výnosových křivek.

Zmíněné tři teorie se však navzájem nevylučují a pokud připustíme částečnou platnost všech tří teorií současně, je možné formulovat tzv. rozšířenou či modifikovanou teorii očekávání, která by umožnila pracovat s pozitivně skloněným tvarem výnosové křivky tak, aby nedocházelo k systematickému vychýlení směrem nahoru.

2.2.4 Základní tvary výnosových křivek

Většinou jsou uváděny čtyři základní tvary výnosových křivek, mezi které patří výnosová křivka rostoucí, klesající, konkávní a plochá. Někdy se ale vyskytuje také anomální konvexní tvar výnosové křivky.

Rostoucí křivka je pozitivně skloněná a jde o standardní výnosovou křivkou. Tato křivka se vyskytuje, pokud nejsou na trhu očekávány žádné významné změny v úrokových sazbách, inflaci a hospodářském růstu. Pokud je na trhu očekáván růst sazeb, výnosů nebo inflace, její strmost roste. Typickým příkladem je stav výnosové křivky desetiletých amerických státních dluhopisů (T-Bonds) koncem roku 1991. V České republice byl tento tvar výnosové křivky v květnu 2003. Očekáváním růstu základních úrokových sazeb (tj. výnosů na krátkém konci) nebo poklesu výnosů na dlouhém konci výnosové křivky může být způsoben také silně pozitivní sklon výnosové křivky. Silně pozitivní sklon lze chápat jako signál, že je ekonomika na počátku ekonomické expanze. Objevují se inflační tlaky, na trhu je očekáván velký růst HDP a předpokládá se, že centrální banka zvýší základní úrokové sazby. Ostře pozitivní sklon výnosové křivky lze chápat také jako nákupní signál pro investory.

Klesající křivka je inverzní a signalizuje, že je na trhu očekáván pokles úrokových sazeb nebo inflace. Výskyt této křivky je relativně vzácný a vyskytuje se zpravidla poté, co centrální banka z nějakých důvodů krátkodobě zvýší úrokové sazby na neobvykle vysoké hodnoty. Takový stav byl v USA v první fázi „reaganomiky“, kdy byl hlavním cílem boj proti inflaci. Prostředí klesajících výnosových křivek je obvykle nevhodné pro investování do akcií, protože podnikové zisky bývají nižší z důvodu recese. Klesající výnosová křivka je velmi důležitým makroekonomickým signálem. V ČR se vyskytla klesající výnosová křivka krátce po měnové krizi v roce 1997 a znamenala signál ekonomické recese a současně také signál budoucího poklesu sazeb. Díky tomu vzrostla hodnota indexu českých vládních dluhopisů Patria GPRI během roku 1998 o rekordních 33 % a tento trend pokračoval až do roku 2000.

Konkávní křivka se podle charakteru „zhoupnutí“ vyskytuje v podobných situacích jako normální nebo inverzní výnosová křivka. Oba případy bylo možné sledovat na amerických výnosových křivkách. V červenci 1981 připomínal tvar konkávní výnosové křivky modifikaci inverzní křivky a v červenci 2001 připomínal tvar spíše normální výnosovou křivku.

Plochá výnosová křivka je přechodným tvarem mezi pozitivně a inverzně skloněnou křivkou a většinou vypovídá o očekávaném poklesu sazeb na trhu. Vyskytla se na trhu například v dubnu 1989 a v červenci 2001 v USA. V obou těchto případech následovala mírná ekonomická recese, která byla příznivá pro držitele dlouhodobých dluhopisů a nepříznivá pro majitele akcií.

Anomálním konvexním tvarem křivky je U-křivka, která se vyskytuje velmi zřídka. U-křivka je anomální především z teoretického hlediska, protože by podle některých modelů neměla vůbec existovat, jelikož umožňuje realizovat bezrizikovou arbitráž. Tato křivka se vyskytuje pouze v případech, kdy je na trhu očekáván neobvyklý vývoj. Například když roste inflace a centrální banka na to z nějakého důvodu nereaguje. Typickým případem je výnosová křivka v USA v období ropné krize v roce 1973, která se projevila prudkým vzestupem inflace. Protože však Fed nechtěl vyvolat recesi, na nárůst inflace nijak nereagoval.

Někdy se v praxi může vyskytnout také tzv. nulová výnosová křivka a je pro ni typické, že se hodnoty výnosové křivky blíží nule, což svědčí o mimořádně anomální situaci v ekonomice. Tato situace se vyskytla například v roce 2003 v Japonsku, kdy se nejvyšší výnosy třicetiletých vládních dluhopisů pohybovaly pod hodnotou 1%, což je zcela výjimečná situace. Nulová výnosová křivka vypovídá o extrémně expanzivní monetární politice, která může trvat dlouhou dobu a nezpůsobí žádné inflační tlaky.

3 Popis metodiky řízení aktiv a pasiv za neurčitosti

V této kapitole bude popsán vznik a aplikace metodiky řízení aktiv a pasiv za neurčitosti, dále modely řízení aktiv a pasiv, struktura jednotlivých modelů, včetně jejich definování a dále také postup získání vstupních dat modelu.

3.1 Vznik a aplikace metodiky řízení aktiv a pasiv za neurčitosti

Vládní agentury, jako je Federální národní hypoteční asociace v USA (Federal National Mortgage Association, tzv. Fannie Mae) utrpěly na počátku 80. let minulého století několik ztrát, a to především z toho důvodu, že na počátku 70. let vydávaly k financování nákupu dlouhodobých aktiv krátkodobé nesvolatelné dluhopisy. Nesoulad mezi splatností aktiv a pasiv vystavil agentury značnému riziku ze změny úrokových sazeb. Když později úrokové sazby výrazně rostly, Fannie Mae toho využila a zhodnocovala tak svá pasiva, protože většina jejích aktiv měla ještě dlouhou dobu do splatnosti a nakonec byla oceněna pouze zlomkem své původní hodnoty. Stejný problém se v té době vyskytl i u pojišťoven, které používaly ke krytí dlouhodobých aktiv krátkodobá pasiva jako garantované investiční smlouvy GICs (Guaranteed Investment Contracts). Garantované investiční smlouvy jsou podobné vkladovým certifikátům, které lze zakoupit v bankách, ale jsou prodávány prostřednictvím pojišťoven. Podobně jako fondy peněžního trhu, jsou velmi bezpečnými investicemi. Tato strategie byla považována za přijatelnou v období, kdy výnosové křivky strmě rostly a byl očekáván poměrně velký zisk. Nicméně, jak sazby vzrostly, ocitly se ve stejné situaci jako vládní agentury. I když je snadné, zpětně tyto chyby kritizovat, nemělo by být zapomínáno na to, že v době, kdy byly úrokové sazby regulovány, zůstaly po dlouhou dobu poměrně stabilní. Následky těchto výkyvů však brali finanční zprostředkovatelé spíše jako problém v řízení aktiv a pasiv. Politika párování durace aktiv a pasiv (duration matching) byla zavedena v pojišťovnictví, institucích penzijních fondů, bankách a vládních organizacích.

Imunizace portfolia, tj. výběr portfolia na základě párování durace aktiv a pasiv, byla nástrojem při snižování rozdílů mezi oběma stranami rozvahy a byla vytvořena v rámci krátkodobé politiky v 70. letech minulého století. Přestože se tyto techniky rozvíjely a využívaly čím dál více, začaly být zřejmé také jejich nedostatky. V celé nové generaci modelů se začalo více vyskytovat úplné zahrnutí volatility úrokových měr devadesátých let, přičemž se jednalo o spektrum komplexních finančních nástrojů, které byly zavedeny po celé toto období.

Cílem této kapitoly je popsat sérii tří takových modelů a jako základ bude použita správa portfolia obsahujícího MBS (Mortgage-backed securities). MBS jsou jedny z nejkomplexnějších nástrojů dostupných na finančních trzích a poskytují také rámec pro diskuzi o kompletním okruhu problémů, které se týkají investování do portfolia obsahujícího cenné papíry s pevným výnosem. Především proto, že jsou citlivé nejenom na změny úrokových sazeb, ale i z důvodu vložených call opcí, má vlastník možnost zaplatit zůstatek své hypotéky předem bez jakéhokoli penále a z toho důvodu mohou být vypovězeny i hypoteční cenné papíry. Mezi ostatní cenné papíry s pevným příjmem patří například svolatelné dluhopisy vydané obchodními společnostmi, jednorázové prémie doživotní anuity nabízené pojišťovnami, opce na dluhopisy a podobně. Všechny tyto cenné papíry mají podobné charakteristiky.

3.2 Modely řízení aktiv a pasiv za neurčitosti

V následující podkapitole budou popsány tři modely, které umožňují správci portfolia specifikovat čím dál složitější cíle a zajistit, aby tyto cíle byly splněny i pro stále složitější scénáře. Přesné cíle portfolia, které si manažer stanoví, závisí na použité základní aplikaci. Nyní bude popsána aplikace indexace, návratnost pasiv a emise dluhů.

Volně lze problém v modelu definovat jako konstrukci portfolia cenných papírů s pevných příjmem, jejichž výkonnost zůstane neměnná i při řadě nejistých scénářů.

Nyní bude upuštěno od nespecifikovaného, čímž je myšleno měření výkonnosti a přesné povahy nejistoty. Klíčovým rozhodnutím je, jakých cílů má být v portfoliu dosaženo a stanovení měřítek, pomocí nichž je možné cíle měřit a ujistit se, že budou cíle dosaženy i v případě, že v ekonomice dojde ke změnám.

3.2.1 Indexace

Cílem manažerů pasivního portfolia je sestavení portfolia cenných papírů s pevným příjmem, které by následovalo předem stanovený index. Například Shearson-Lehman a Salomon Brothers uveřejňují měsíčně hypoteční index, který je pravděpodobně indikátorem celkového stavu tohoto segmentu trhu s cennými papíry s pevným příjmem. Investoři, kteří investují do hypoték, by tedy měli být spokojeni, pokud jsou výsledky jejich portfolia hodně blízké tomuto indexu. Výkonnost takového portfolia je pak měřena jako rozdíl návratnosti mezi daným portfoliem a zveřejněným indexem. Tento rozdíl musí být velmi malý pro všechny změny v indexu způsobené pohybem úrokové sazby a změny způsobené předčasným splacením.

3.2.2 Návratnost pasiv (liability payback)

U pojišťoven a penzijních fondů je typické, že jsou silně vystaveny MBS. Tyto nástroje jsou považovány za investici pro navrácení řady závazků, které tyto instituce mají. Cílem manažera portfolia je konstrukce takového portfolia obsahujícího MBS, u něhož bude platit, že finanční toky z tohoto portfolia budou v budoucnosti pokrývat tok pasiv. Nejistota se zde objevuje ve formě změny úrokových sazeb a změny v načasování plateb z MBS. Kromě toho může být načasovaní toku pasiv dáno několika neurčitými variantami. Například načasování plateb majitelům jednorázového pojistného s odloženou anuitou (SPDA) se může měnit a možnost anuity může zaniknout.

3.2.3 Emise dluhů

Vládní agentury jako Fannie Mae a Freddie Mac kryjí nákup cenných papírů s pevným příjmem (nejčastěji hypotéky) emisí dluhů. Problémem manažerů portfolia je rozhodnutí o typu dluhu - tzn. splatnosti, výnosu a call opci u emitovaných dluhů za účelem financování nákupu určitého souboru aktiv. Samozřejmě není důvod předpokládat, že aktiva byla určena předem. Model může vybrat vhodný mix aktiv z velkého množství cenných papírů s pevným příjmem a načasování aktiv a pasiv může být v této aplikaci nejisté. Cílem manažera portfolia je zabezpečit, aby platby na vydaný dluh byly uspokojeny z dostupných aktiv, bez ohledu na načasování peněžních toků a kolísání úrokových sazeb.

3.3 Struktura modelů řízení aktiv a pasiv

Modely řízení aktiv a pasiv za neurčitosti jsou děleny na statické, stochastické na jedno období a stochastické na více období. Důležité je si uvědomit, kdy modely komplexně obsáhnou problém řízení aktiv a pasiv z co nejvíce stran. Jedině pak může manažer správně rozhodnout, který model je pro sestavení a řízení portfolia ten nejvhodnější. V této podkapitole budou popsány všechny tři zmíněné typy modelů, formulace problému, jednotlivé přístupy a definování dynamického stochastického modelu.

3.3.1 Statický model

Tento model chrání investora před malými změnami aktuálních okolností ve světě. Například časová struktura plateb je vstupem modelu, který páruje aktiva a pasiva. Pak je stanovena podmínka, že musí být zaručeno, aby se v případě, kdy se časová struktura plateb poněkud odchyluje od předpokládaného vývoje, aktiva a pasiva pohybovala ve stejném směru a o stejné částky. Tento základní princip modelu stojí za imunizací portfolia.

3.3.2 Stochastický model na jedno období

Přestože statický model nedovoluje specifikaci stochastického procesu, který by popisoval aktuální ekonomické změny, jsou moderní finance plné teorií, které popisují úrokové sazby a další volatilní faktory. Stochastický diferenciální počet se často používá k oceňování nepředvídatelných úrokových sazeb. Aby byl nástroj komplexní, uchylují se analytici k metodě simulace Monte Carlo, kterou k oceňování opcí propagoval Boyle. Stochastický model popisuje rozdělení výnosů aktiv i pasiv v proměnlivém prostředí a zabezpečuje, že jsou obě strany bilance vysoce korelovány. Tato metoda však není nová. Už Markowitz byl ve svých klíčových spisech průkopníkem v pojetí řízení rizika u akcií pomocí řízení korelace. Nicméně pro cenné papíry s pevným příjmem si tento přístup získal pozornost teprve nedávno. Formálně ho potvrdili Mulvey a Zenios a následně byl použit Holmerem ve Fannie Mae.

3.3.3 Stochastický model pro více období

Stochastický model, jak bylo uvedeno již výše, je krátkozraký. Tzn., že je sestavováno portfolio, které bude mít správné rozdělení chyb v rámci uvedeného stochastické procesu. Chyba se zde vypočte jako rozdíl mezi návratností aktiv a pasiv. Nicméně to neznamená, že je manažer portfolia schopen vyvážit portfolio jednou a je realizován zisk. Mimoto se stochastický proces vyvíjí v čase a různá portfolia mohou být různě vhodná pro zachycení korelace mezi aktivy a pasivy. Model pro jedno období může doporučit konzervativní strategii, zatímco přístup více agresivní strategie může být odůvodněný pouze skutečnou schopností manažera vyvážit portfolio.

Je tedy potřebný model, který přesně zachytí obě stochastické povahy problému, ale také skutečnost, že portfolio je řízeno dynamicky a na více období. Matematický model jako obecný pojem stochastického programování s využitím poskytne rámec pro řešení tohoto problému. Stochastické programování má téměř stejně dlouho historii jako lineární programování, což dokazuje například Dantzig nebo Wets. Nicméně, využití pro portfolio bylo realizováno až od začátku sedmdesátých let Bradleyem a Cranem. S nedávným pokrokem ve výkonnosti počítačové techniky se však opět objevil zájem o tento přístup i v odborné literatuře, což dokazuje například Mulvey a Vladimirou, Hiller a Eckstein, Zenios nebo Golub a také mnoho dalších. Bylo provedeno také několik výzkumů v oblasti průmyslu pro zavedení těchto modelů i v této praxi.

3.3.4 Formulace problému

V této podkapitole bude následovat matematický popis modelů všech skupin. Cílem je popsat klíčové součásti modelů a diskutovat proces výpočtu jednotlivých dat. Pro přizpůsobení každého modelu pro použití v konkrétní situaci jsou potřebné další specifikace. V této podkapitole však nebudou plně specifikovány detaily, protože by pouze odváděly pozornost od obecných zásad.

Je dán soubor cenných papírů s pevným příjmem, které jsou indexovány (J), oceněny tržními cenami $\{P_{0j}\}$ a je zadán tok pasiv $\{L_t\}$, kde t vyjadřuje časový okamžik z množiny T. Je dána také časová struktura popsaná pomocí vektoru forwardových sazeb $\{r_t\}$, kde $t \in T$. Problémem manažera je rozhodnout, jak dlouho držet jednotlivé cenné papíry x_j v portfoliu za podmínky, že se tok pasiv musí rovnat toku aktiv.

Pro každý stochastický model musí být specifikována skupina scénářů S, přičemž předpokládáme oddělené a stejně pravděpodobné scénáře. Scénáře však mohou být i velmi obecné. Mohou například reprezentovat sérii časových struktur vypočtených pomocí stochastického procesu úrokových sazeb, mohou reprezentovat úrovně předčasných plateb u hypotečních cenných papírů nebo také úrovně toků pasiv a mnoho dalších. Přestože jsou parametry modelu dobře popsány pomocí indexu $s \in S$, rozumí se, že hodnota parametru je závislá na scénáři. V tomto případě bude finanční tok na jednotku nominální hodnoty generovaný cennými papíry s pevným příjmem $j \in J$ scénáře $s \in S$ v čase $t \in T$ značen C_{jt}^{s} a diskontní sazba pro scénář $s \in S$ a v čase $t \in T$ bude značena r_t^s.

Úrokové míry pro jednotlivé scénáře mohou být vypočteny pomocí mnoha modelů časové struktury, jako je například difúzní Coxův proces nebo Blackův binomický síťový model. Tyto modely jsou vytvořeny za účelem generace časové struktury scénářů, pro které je společná možnost arbitráže, stejná výnosová křivka a volatilita.

Většina cenných papírů s pevným příjmem nemůže být oceněna použitím stejné diskontní sazby odvozené z výnosové křivky peněžního trhu. Ocenění jednotlivých cenných papírů zahrnuje důvěru investorů, likviditu papíru, možnou ztrátu a riziko předčasného splacení související s daným cenným papírem. Riziko spojené s MBS se vypočte pomocí možné upravené prémie (option adjusted premuim – OAP). Metodologie OAP odhaduje multiplikativní faktor přizpůsobení pro sazby na peněžním trhu tak, že se bude rovnat dnešní tržní a spravedlivá cena, která se získá aplikací očekávaných hypotéz. Rozdílem mezi tržní a teoretickou cenou je prémie za různá podstoupená rizika, která jsou spojena s většinou cenných papírů s pevným příjmem, ale nejsou prezentovány na peněžním trhu. Právě z tohoto důvodu tato analýza oceňuje také riziko. Cenný papír není možné ocenit bez zahrnutí rizika s ním spojeným.

OAP pro daný cenný papír je určena na základě současné tržní ceny P_{0j} a řešením je ρ_j v následující nelineární rovnici:

$$P_{0j} = \frac{1}{|S|}\sum_{s=1}^{|S|}\sum_{t=0}^{T}\frac{C_{jt}^{s}}{\prod_{i=1}^{t}\left(1+\rho_j \cdot r_i^s\right)}. \qquad (3.3.1)$$

Pro ocenění nových MBS a cenných papírů s podobnými charakteristikami se zpravidla používají OAP podobných MBS, které jsou nyní na trhu aktivně obchodovány.

3.3.5 Statistický přístup: porovnávání durace

Je dána časová struktura, plánované finanční toky z cenných papírů s pevným příjmem, plánované finanční toky z aktiv a je možné sestavit dedikované portfolio. Jde o portfolio s nejnižšími náklady nebo maximálním výnosem z cenných papírů, přičemž toky aktiv a pasiv musí být spárovány. Nechť C_{jt} značí finanční toky generované cennými papíry j v čase t a nechť jsou tyto toky plánované a podmíněné současnou časovou strukturou a pak je možné zapsat následující optimalizační model:

$$\sum_{j\in J} P_{0j} x_j \xrightarrow[x]{} \min , \qquad (3.3.1)$$

$$\sum_{j\in J}\left(\sum_{t\in T}\frac{C_{jt}}{\prod_{i=1}^{t}(1+r_i)}\right)\cdot x_j \geq \sum_{t\in T}\frac{L_t}{\prod_{i=1}^{t}(1+r_i)}. \qquad (3.3.2)$$

Tento model vybírá portfolio, ve kterém jsou nejnižší náklady, a kde se současná hodnota toků z cenných papírů rovná nebo je větší než současná hodnota toků z pasiv. V případě, že se nezmění načasování, množství aktiv a pasiv a nezmění se ani diskontní faktory, je snadné vidět, že finanční tok pasiv bude aktivy časově zajištěn. V tomto modelu se předpokládají neomezené výpůjčky ve všech obdobích za běžné diskontní sazby r_t, ale je možné tento model také snadno změnit tak, aby bylo možné omezení výše výpůjček nebo aby byly výpůjčky omezeny výší výpůjční sazby, která nesmí být vyšší než r_t.

Pro vysvětlení stochasticity zabezpečení finančních toků a proměnlivosti časové struktury může být model rozšířen tak, aby byla volatilita aktiv a pasiv spárována, k čemuž se používá například durace. Proto lze model rozšířit také o duraci aktiv a pasiv. Aby byla zachycena komplexní závislost finančních toků z cenných papírů na změnách časové struktury, používá se metoda simulace Monte Carlo.

Simulace Monte Carlo pro výpočet upravené prémie OAP

Postup simulace Monte Carlo pro výpočet OAP se skládá z šesti kroků, které budou nyní jednotlivě popsány.

Krok 0: Začátek stochastického procesu úrokových sazeb. Proces je založen na aktuální časové struktuře a používaný k výpočtu OAP ρ_j pro všechny cenné papíry, která je obsažena v současné tržní ceně P_{0j}, viz (31).

Krok 1: Posun časové struktury o -50 základních bodů a překalibrování stochastického procesu úrokových sazeb.

Krok 2: Vzetí vzorku cesty úrokových sazeb $\{r_i^{-s}\}$ ze stochastického procesu kalibrovaného v kroku 1 a použití plánovaných finančních toků z cenných papírů k výpočtu upravené ceny:

$$P_j^{-} = \frac{1}{|S|}\sum_{s=1}^{|S|}\sum_{t=0}^{T}\frac{C_{jt}^{s}}{\prod_{i=1}^{t}\left(1+\rho_j \cdot r_i^{-s}\right)}. \tag{3.3.3}$$

Krok 3: Posun časové struktury o $+50$ základních bodů a překalibrování stochastického procesu úrokových sazeb.

Krok 4: Vzetí vzorku cesty úrokových sazeb $\left\{r_i^{+s}\right\}$ ze stochastického procesu kalibrovaného v kroku 3 a použití plánovaných finančních toků z cenných papírů k výpočtu upravené ceny:

$$P_j^{+} = \frac{1}{|S|}\sum_{s=1}^{|S|}\sum_{t=0}^{T}\frac{C_{jt}^{s}}{\prod_{i=1}^{t}\left(1+\rho_j \cdot r_i^{+s}\right)}. \tag{3.3.4}$$

Krok 5: Výpočet upravené durace cenného papíru, která je dána jako:

$$\Delta j = \frac{P_j^{+} - P_j^{-}}{100} \tag{3.3.5}$$

a upravené konvexity, která je dána jako:

$$\Gamma_j = \frac{P_j^{+} - 2P_{0j} + P_j^{-}}{50^2}. \tag{3.3.6}$$

Imunizované portfolio srovnává současnou hodnotu a duraci aktiv a pasiv. Pokud je Δ_l durace pasiv, pak je možné zapsat následující lineární program:

$$\sum_{j\in J} P_{0j} x_j \xrightarrow[x]{} \min, \tag{3.3.7}$$

$$\sum_{j\in J}\left(\sum_{t\in T}\frac{C_{jt}}{\prod_{r=1}^{t}\left(1+r_t\right)}\right)\cdot x_j \geq \sum_{t\in T}\frac{L_t}{\prod_{r=1}^{t}\left(1+r_t\right)}, \tag{3.3.8}$$

$$\sum_{j\in J}\Delta_j x_j = \Delta_l, \tag{3.3.9}$$

$$x_j \geq 0. \tag{3.3.10}$$

Tento model může být rozšířen také o párování konvexity aktiv a pasiv a také o párování odvozenin vyšších řádů.

3.3.6 Stochastický přístup: zachycování korelace

Portfolio cenných papírů s pevným příjmem bylo tradičně řízeno srovnáváním durace a konvexity. S rostoucí volatilitou časové struktury a následující monetární deregulací na konci 70. let minulého století se však stal tento přístup příliš zjednodušujícím. Tato obtíž byla ale rychle překonána přívalem inovací na těchto trzích. Mulvey a Zenios nedávno napsali, že podle jejich sledování výnosy z firemních dluhopisů překonávají výnosy z akcií a zároveň vykazovaly podobnou nebo vyšší volatilitu. Dále tvrdí, že tyto volatilní nástroje by měly být spravovány v rámci rizika a výnosu z obchodu. V tomto ohledu začal tradici modelů Markowitz a ve svých pracích toho hodně nabídl manažerům portfolia s cennými papíry s pevným příjmem.

V této podkapitole bude představen stochastický model pro řízení portfolia z MBS. Model explicitně rozlišuje volatilitu cen MBS a korelaci cen v portfoliu a hledá kompromis mezi zvýšenou volatilitou a výnosem. Optimalizační model, který je přijat, je založen na absolutní střední odchylce (*MAD*) v rámci Konna a Yamazakiho. Model absolutní střední odchylky je vhodný pro cenné papíry s pevným příjmem s možností vystavení se vysoce asymetrické distribuci výnosů.

Jedním problémem při aplikaci MAD modelu nebo jiného modelu riziko – výnos pro cenné papíry s pevným příjmem je, že tyto instrumenty musí mít pevnou dobu splatnosti. Dalším problémem je, že výplatní funkce většiny druhů cenných papírů s pevným příjmem je funkcí tzv. náhodné procházky a proto je prováděno v každém časovém úseku pouze jedno pozorování změny ceny. Z tohoto důvodu není možné se uchýlit ke statistické analýze historických dat k výpočtu volatility a korelace výnosu. Mimoto příjmy získané z cenných papírů ve formě jistiny, úrokových plateb, předčasného splacení, chyby nebo vzniku nevyrovnané bilance nemohou být reinvestováno do stejných cenných papírů. Z tohoto důvodu je nutné se uchýlit k simulaci Monte Carlo pro krátkodobé bezrizikové sazby a to v pořadí získaném podle období návratnosti cenných papírů do cílové doby držení. Předpokládá se, že náhodný vektor výnosů byl vytvořen pro každý jednotlivý cenný papír. Nechť $\{R_j\}$ značí náhodný vektor proměnných, nechť $\overline{R}_j = E(R_j)$ značí očekávanou hodnotu a nechť $x = (x_j)$ značí složení portfolia, které obsahuje deterministická pasiva s návratností ρ. Návratnost portfolia se pak vypočte jako:

$$R = \sum_{j \in J} R_j x_j + \rho \qquad (3.3.11)$$

a absolutní střední odchylka návratnosti tohoto portfolia je definována jako:

$$w(R) = E\{\,|R - E(R)|\,\}, \tag{3.3.12}$$

kde $E(\cdot)$ značí očekávání. Předpokládá se, že vzorek náhodné proměnné R_j je k dispozici. Pak platí, že R_j nabývá hodnot $\{R_j^s\}$ pro různé scénáře $s \in S$ a pro jednoduchost se také předpokládá, že jsou všechny scénáře stejně pravděpodobné. Nestranný odhad absolutní střední odchylky návratnosti portfolia je pak vyjádřen jako:

$$w(R) = E\{|R - E\ (R)|\} = E\left\{\left|\sum_{j\in J}\left(R_j - \overline{R}_j\right)x_j\right|\right\} = \frac{1}{|S| + |J|}\sum_{s\in S}\left|\sum_{j\in J}\left(R_j^s - \overline{R}_j\right)x_j\right|. \tag{2.3.13}$$

MAD model je pak zapsán jako:

$$w(R) \longrightarrow \min\,, \tag{3.3.14}$$

$$\sum_{j\in J}\overline{R}_j x_j \geq \rho\,, \tag{3.3.15}$$

$$\sum_{j\in J} x_j = 1\,, \tag{3.3.16}$$

$$0 \leq x_j \leq u_j\,, \tag{3.3.17}$$

kde pro všechny rovnice platí, že $j \in J$.

Tento model může být přeformulován do lineárního programování. Toto je standardní reformulace pro minimalizaci absolutních hodnot. Minimalizované $|x|$ je pak nahrazeno y, kde y je omezeno jako $y \geq x$ a $y \geq -x$. Přitom je také možné různě penalizovat horní stranu rovnice a dolní část odchylky výnosů portfolia od jejího průměru. Nechť μ_d a μ_u značí penalizační parametry pro dolní a horní stranu chyby a pak MAD model může být zapsán jako následující lineární program:

$$\frac{1}{|S| + |J|}\sum_{s\in S} y^s \longrightarrow \min\,, \tag{3.3.18}$$

$$y^s + \mu_d \sum_{j\in J}\left(R_j^s - \overline{R}_j\right)x_j \geq 0\,, \tag{3.3.19}$$

$$y^s - \mu_u \sum_{j\in J}\left(R_j^s - \overline{R}_j\right)x_j \geq 0\,, \tag{3.3.20}$$

$$\sum_{j\in J} \overline{R}_j \, x_j \geq \rho , \tag{3.3.21}$$

$$\sum_{j\in J} x_j = 1 , \tag{3.3.22}$$

$$0 \leq x_j \leq u_j , \tag{3.3.23}$$

kde platí, že $s \in S$ a $j \in J$.

3.3.7 Dynamický přístup na více období: stochastická optimalizace

Stochastický model na více období zachycuje dynamiku situace, kdy manažer portfolia musí učinit investiční rozhodnutí, i když čelí nejisté budoucnosti. Po první fázi rozhodování, je pozorována nejistá budoucnost a manažer provádí optimální rozhodnutí pro druhou fázi. Cílem je maximalizace očekávaného užitku konečné bohatství.

Rozhodování v první fázi se orientuje na nákup cenných papírů do portfolia. Nejistá budoucnost je spojena s nejistou výší úrokových sazeb a finančních toků, které budou součástí portfolia. Rozhodnutí v druhé fázi se orientuje na vypůjčování a zapůjčování peněžních prostředků v případě, kdy se finanční toky z cenných papírů opožďují nebo naopak předbíhají ve srovnání s tokem z pasiv. V rozhodnutí v druhé fázi je zahrnuto také rozhodnutí o vyrovnání bilance v některém budoucím časovém období nákupem nebo prodejem cenných papírů.

3.3.7.1 Základní značení parametrů a závislých v modelu

Dále v této kapitole bude v modelu používán následující popis parametrů a závislých.

Parametry modelu:

T : vymezení plánovaného horizontu, $T = \{1,2,3,\ldots,\overline{T}\}$ a $T_0 = \{0,1,2,3,\ldots,\overline{T}\}$. $\overline{T}$ značí konec plánovaného horizontu.

b_j : počáteční vlastněné cenné papíry v nominální hodnotě instrumentu $j \in J$ a b_0 značí počáteční vlastnictví bezrizikových aktiv (například hotovost).

r_t^s : jednoletá forwardová úroková sazba v čase $t \in T$ scénáře $s \in S$.

spr : rozpětí mezi výpůjční a zápůjční sazbou.

pf_{jt}^{s} : finanční toky generované instrumenty $j \in J$ v čase $t \in T$ scénáře $s \in S$, vyjádřené v procentech jmenovité hodnoty. Toky zahrnují hlavní i úrokové platby z cenných papírů s pevným příjmem a také finanční toky z očekávané ztráty nebo předčasného splacení a podobně.

ξ_{jt}^{s} : cena na jednotku nominální hodnoty cenného papíru $j \in J$ prodaného v čase t a scénáře s. Náklady transakce odečtené od aktuální ceny obsahují tento koeficient. Cena v čase $t = 0$ je nezávislá na scénáři a je značena ξ_{j0}.

ς_{jt}^{s} : cena na jednotku nominální hodnoty cenného papíru $j \in J$ prodaného v čase t a scénáře s. Náklady transakce připočtené k aktuální ceně obsahují tento koeficient. Cena v čase $t = 0$ je nezávislá na scénáři a je značena ς_{j0}.

L_t : pasiva očekávaná v čase $t \in T$. Předpokládá se, že jsou nezávislá na realizovaném scénáři. I přesto může být tento předpoklad snadno opuštěn.

Závislé modelu:

x_j : proměnná první fáze, značí nominální hodnotu instrumentu $j \in J$ koupeného na počátku plánovaného období (například $t = 0$).

x_{jt}^{s} : proměnná druhé fáze, značí nominální hodnotu instrumentu $j \in J$ koupeného v čase t a ve scénáři s.

y_j : proměnná první fáze, značí nominální hodnotu instrumentu $j \in J$ prodaného na počátku plánovaného období (například $t = 0$).

y_{jt}^{s} : proměnná druhé fáze, značí nominální hodnotu instrumentu $j \in J$ prodaného v čase t a ve scénáři s.

z_{jt}^{s} : proměnná druhé fáze, značí nominální hodnotu instrumentu $j \in J$ v portfoliu v čase t a ve scénáři s. z_{j0} značí počáteční složení portfolia po rozhodnutí v první fázi a je nezávislá na scénáři.

w_{jt}^{s} : pomocná proměnná druhé fáze udávající finanční toky generované cennými papíry j v čase t ve scénáři s.

y_t^{-s} : pomocná proměnná druhé fáze udávající dlužnou částku v čase $t+1$ očekávanou k zapůjčení při rozhodnutí v čase t ve scénáři s.

y_t^{+s} : pomocná proměnná druhé fáze udávající přebytek investovaný do bezrizikových aktiv v čase t.

$U\left(WT^s\right)$: značí užitek konečného bohatství realizovaného scénářem s. Vhodným výběrem užitkové funkce je například isoelastická užitnost $1/\gamma\left(WT^s\right)^\gamma$ použitá v modelu Grauera a Hakanssona.

3.3.7.2 Definování modelu

Model stochastické optimalizace pak může být formulován následovně:

$$\frac{1}{|S|}\sum_{s\in S} U\left(WT^s\right) \longrightarrow \max, \tag{3.3.24}$$

$$z_{j0} + y_j - \frac{x_j}{\varsigma_{j0}} = b_j, \tag{3.3.25}$$

$$y_0^{+s} + \sum_{j\in J} x_j - \sum_{j\in J}\left(1-\xi_j\right) y_j - \frac{1}{\left(1+r_0^s+spr\right)} y_0^{-s} = b_0, \tag{3.3.26}$$

$$z_{jt-1}^s + x_{jt}^s - w_{jt}^s - z_{jt}^s - y_{jt}^s = 0, \tag{3.3.27}$$

$$w_{jt}^s - pf_{jt}^s\, z_{jt-1}^s = 0, \tag{3.3.28}$$

$$\xi_{jt}^s\, y_{jt}^s + \sum_{j\in J} w_{jt}^s - \frac{x_{jt}^s}{\varsigma_{jt}^s} + \left(1+r_{t-1}^s\right) y_{t-1}^{+s} - y_{t-1}^{-s} + \frac{1}{\left(1+r_t^s+spr\right)} y_t^{-s} - y_t^{+s} = L_t, \tag{3.3.29}$$

$$WT^s = \sum_{j\in J} z_{j\bar{T}}^s\, \xi_{j\bar{T}}^s - y_{\bar{T}-1}^{-s}, \tag{3.3.30}$$

kde $j\in J$, $s\in S$ a $t\in T$.

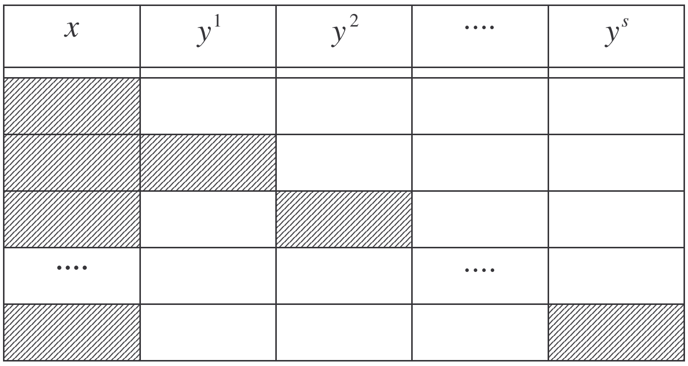
Tento matematický program je deterministický a jeho první omezení (3.3.25) odráží rozhodnutí první fáze. Následující omezení závisí na použitém scénáři a rozhodnutí v první fázi. Konečné bohatství WT^s (3.3.30) je vypočteno jako součet totálního čistého přebytku se započtenými dluhy ke konci plánovaného období a likvidací cenných papírů, které v portfoliu ještě zůstaly. Kompletní model má dvojitou block-angular strukturu dvou fází stochastického programu.

3.4 Data modelu

V této podkapitole bude pozornost zaměřena na data potřebná pro vytvoření modelu. Tzn. výnosy v době držení cenných papírů s pevným příjmem a ocenění neplaceného zůstatku. V imunizačním modelu portfolia je nutné znát pevně stanovenou hodnotu, duraci a konvexitu. Pro stochastické modely je nutné vytvořit skupinu scénářů pro výnosy v době držení. Výpočet těchto dat je popsán v následující podkapitole.

Proměnné:

1. fáze 2. fáze



Obr. 1: Omezení maticové struktury dynamického stochastického optimalizačního modelu se dvěma fázemi

3.4.1 Míra výnosu cenného papíru

Míra výnosu cenného papíru R_{js} v době držení je určena cenou cenného papíru ke konci období držení a nakumulovanou hodnotou finančních toků generovaných cenným papírem. Například pro MBS je potřeba vypočíst nakumulovanou hodnotu jistiny, úroků a předčasného splacení v průběhu období a cenu nesplaceného zůstatku cenného papíru ke konci období držení. Za tímto účelem je potřeba provést proces generování scénářů časové struktury a sestavit model, který předpovídá možnost předčasného splacení pro jednotlivé scénáře. Pro danou úrokovou míru scénáře s je výnosnost cenného papíru j dána jako:

$$R_{js} = \frac{F_{js} + V_{js}}{P_{0j}}. \tag{3.4.1}$$

F_{js} : značí nakumulovanou hodnotu finančních toků generovaných cenným papírem reinvestovanou do krátkodobých sazeb.

V_{js} : značí hodnotu nesplaceného zůstatku ke konci období držení podmíněnou scénářem s. To je dáno vztahem $V_{js} = B_{js} P_{js}$, kde B_{js} značí nesplacený zůstatek cenného papíru a P_{js} je cena na jednotku nominální hodnoty cenného papíru. Cena i zůstatek jsou vypočteny ke konci období držby a jsou podmíněny scénářem s.

P_{0j} : značí aktuální tržní cenu cenného papíru.

3.4.2 Ocenění nesplaceného zůstatku

Oceňovací model je založen na simulaci časové struktury pomocí Monte Carlo. Rovnovážná hodnota cenných papírů s pevným příjmem je získána jako očekávaná diskontovaná hodnota finančních toků z těchto cenných papírů, přičemž se při diskontování požívá bezriziková sazba. Obzvláště důležité je ocenění cenných papírů v některém konkrétním budoucím časovém období τ, což by byl plánovaný horizont pro správu daného problému v portfoliu. Možné stavy ekonomiky σ v časovém období τ jsou získány pomocí modelu časové struktury. Pro každý stav ekonomiky v τ, je možné pozorovat možný vývoj úrokových sazeb dále do budoucnosti až do konce plánovaného horizontu. Oceněním cenných papírů s pevným příjmem je očekávaná diskontovaná hodnota finančních toků z těchto cenných papírů s očekávaným vypočteným vývojem úrokových sazeb vycházejících z daného stavu.

V této práci bude použit Blackův binomický síťový model. Binomická síť časové struktury může být popsána jako série základních sazeb $\{r_{0t}, t = 0,1,....,T\}$ a volatilit $\{k_t, t = 0,1,...,T\}$. Krátkodobá sazba pro každý stav σ binomické sítě a každém bodě t je pak dána jako

$$r_t^{\sigma} = r_t^0 \left(k_t\right)^{\sigma}. \tag{3.4.2}$$

Parametry základních úrokových měr a volatilit jsou odhadnuty podle Blackovy metody.

Aby byl oceňovací model přesnější, nechť S_{σ} značí skupinu scénářů úrokových měr vycházejících ze stavu σ binomické sítě v nějaké budoucím časovém intervalu τ. Tedy, nechť r_t^s je krátkodobá diskontní sazba v časovém intervalu t $\left(\tau \le t \le T\right)$ přiřazená scénáři $s \in S_{\sigma}$ a C_{jt}^s jsou finanční toky generované cennými papíry j a čase t. Přiměřená (fair) cena pro cenný papír v čase τ podmíněná stavem σ je vyjádřena jako:

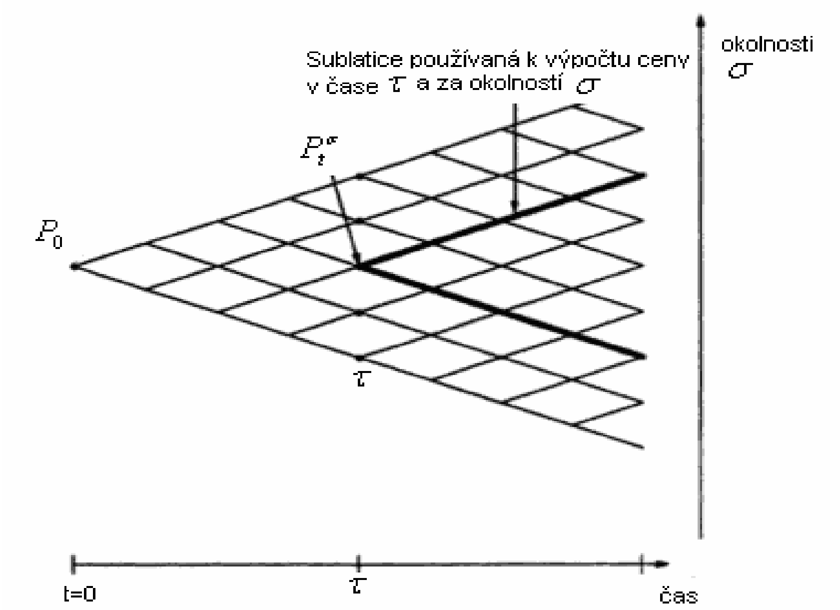
$$P_{j\tau}^{\sigma} = \frac{1}{|S_{\sigma}|} \sum_{s=1}^{|S_{\sigma}|} \sum_{t=\tau}^{T} \frac{C_{jt}^{s}}{\prod_{i=\tau}^{t} \left(1 + r_i^s\right)}. \tag{3.4.3}$$

Tato metoda je zobrazena na Obr. 2.

Nicméně většina cenných papírů s pevným příjmem nemůže být oceněna pomocí stejné diskontní sazby dané krátkodobou výnosovou křivkou. Cena cenných papírů musí odrážet důvěryhodnost, likviditu, možnou ztrátu a riziko splacení předem. K ocenění rizika spojeného s cennými papíry s pevným příjmem se používá upravená prémie OAP (3.3.1).

Jakmile bude získána cena jednotlivých rizik spojených s cennými papíry, může být přikročeno k ocenění cenného papíru na některé budoucí časové období. OAP pro cenný papír $P_{j\tau}^{\sigma}$ může být vypočtena jako:

$$P_{j\tau}^{\sigma} = \frac{1}{|S_{\sigma}|} \sum_{s=1}^{|S_{\sigma}|} \sum_{t=\tau}^{T} \frac{C_{jt}^{s}}{\prod_{i=\tau}^{t} \left(1 + \rho_j \cdot r_i^s\right)}. \tag{3.4.4}$$



Obr. 2: Odhad ceny cenného papíru pomocí binomické latice

Je nutné poukázat na to, že cena $P_{j\tau}^{\sigma}$ není závislá pouze na stavu σ, ale také na vývoji úrokových sazeb v období od $t = 0$ do $t = \tau$. Tento problém může být snadno vyřešen získáním vzorku cesty za okolností σ v $t=\tau$ v období $t=0$. Nechť $S^{0,\sigma}$ značí skupinu cest a nechť $P_{j\tau}^{s(\sigma)}$, $s(\sigma)\in S^{0,\sigma}$, je ocenění cenného papíru za okolností σ získané pomocí rovnice (3.4.2.3), podmíněné úrokovými sazbami scénáře s v S_{σ} prameníciho ze scénáře $s(\sigma)$ v $S^{0,\sigma}$. Pak je očekávaná cena cenného papíru za okolností σ dána jako:

$$P_{j\tau}^{\sigma}=\frac{1}{\left|S^{0,\sigma}\right|}\sum_{s(\sigma)\in S^{0,\sigma}}P_{j\tau}^{s(\sigma)}\,. \qquad (3.4.5)$$

4 Aplikace a ověření vybraných modelů

V této kapitole bude popsán zadaný úkol, budou uvedena a popsána vstupní data, bude provedena obecná matematická formulace modelu a bude popsán postup řešení úkolu. Dále bude úkol vyřešen a výsledky budou srovnány a interpretovány.

4.1 Zadání úkolu

Finanční manažer firmy Alfa má za úkol rozhodnout o vhodné skladbě portfolia, které musí odpovídat všem požadavkům firmy Alfa.

Firma Alfa postupně naspořila 10 000 EUR a má v plánu vzít si k 1.2.2009 v bance úvěr na 40 000 EUR. Celých 50 000 EUR pak chce investovat do dluhopisů a požaduje, aby výnosy z těchto dluhopisů pokryly splátky tohoto úvěru. Zároveň je hlavním cílem investice do dluhopisů maximalizovat bohatství na konci plánovaného horizontu, tj. k 1.2.2016. Finanční manažer má v plánu vytvořit dynamický dvoufázový model stochastické optimalizace, který byl popsán v kapitole 3.3.7 a má v plánu sestavit portfolio z dluhopisů obchodovaných na Italské burze.

První fáze plánovaného období bude trvat od 1.2.2009 do 31.1.2012, to znamená čtyři roky. Na počátku první fáze budou za naspořené peníze a peníze získané úvěrem nakoupeny dluhopisy. Výnosy z těchto dluhopisů budou určeny na splátky úvěru, které firma platí vždy k 31. lednu a hotovost, která firmě zůstane bude k 1. únoru zapůjčena firmě Beta na jeden rok za smluvený úrok 2 % p.a.

Druhá fáze plánovaného období bude trvat od 1.2.2013 do 31.2.2016, to znamená tři roky. Na počátku druhé fáze manažer prodá některé dluhopisy, které v portfoliu zůstaly z první fáze a za peníze získané prodejem, příjmy z portfolia a příjmy ze zápůjček budou nakoupeny do portfolia další dluhopisy. Výnosy z dluhopisů, které v portfoliu zůstaly z první fáze a dluhopisů koupených na počátku druhé fáze budou opět určeny na splátky úvěru a hotovost, která firmě zůstane bude zapůjčena firmě Beta na jeden rok za smluvený úrok 2 % p.a.

Naspořené peníze, dluhopisy držené v portfoliu a zápůjčky, které firma Alfa poskytuje firmě Beta budou představovat celková aktiva firmy Alfa a příjmy z těchto aktiv by měly pokrýt finanční toky pasiv. Pasiva jsou tvořena pouze přijatým úvěrem, který si vzala firma za účelem investování. Celková výše úvěru a výše splátek v jednotlivých letech je uvedena v Tab. 4.2.

Aby bylo diverzifikováno riziko nesplacení závazků emitenty daných dluhopisů, které jim z emise těchto dluhopisů plynou, je zadána podmínka, která udává, že nominální hodnota jednotlivých dluhopisů v portfoliu nemůže překročit 15 000 EUR.

Finanční manažer provádí veškerá svá rozhodnutí o tomto portfoliu k 1. únoru 2009 a rozhoduje na následujících 7 let, to znamená na období od počátku února 2009 do počátku února 2016. Manažer učiní své rozhodnutí na základě výpočtů provedených pomocí programu MS Excel ze sady Microsoft Office.

4.2 Vstupní data

V této podkapitole budou uvedena a popsána vstupní data, která budou použita k řešení zadaného úkolu. Nejprve zde budou popsány dluhopisy, z nichž má být portfolio složeno a dále bude popsán úvěr, který si firma vezme za účelem investování.

4.2.1 Dluhopisy

Finanční manažer firmy Alfa má za úkol rozhodnout o vhodné skladbě portfolia, které by se mělo skládat z dluhopisů uvedených v Tab. 4.1 a mělo by odpovídat všem požadavkům firmy. Veškeré údaje o uvedených dluhopisech jsou převzaty z internetových stránek Borsa Italiana S.p.A.[1].

V následující Tab. 4.1 jsou uvedeny všechny vstupní dluhopisy seřazené podle data splatnosti a jejich základní charakteristiky. V prvním sloupci je uvedeno značení jednotlivých dluhopisů, v druhém sloupci je uveden oficiální název dluhopisů, ve třetím sloupci jsou uvedeny tržní ceny dluhopisů v eurech, které jsou brány k 1. únoru 2009. Všechny uvedené dluhopisy mají pevně stanovenou výši kupónu, která je uvedena v procentech ve čtvrtém sloupci tabulky. Kupón je vyplácen vždy jednou ročně a k výplatě kupónu dochází každý rok vždy ve stejný den, v němž je dluhopis i splatný. Datum splatnosti jednotlivých dluhopisů je taktéž uveden v Tab. 4.1 v pátém sloupci. V dalším sloupci je uveden ISIN (International Securities Identification Number) jednotlivých dluhopisů, což je mezinárodní identifikační číslo cenného papíru, které se přiděluje pro účely obchodování s ním. V posledním sloupci je uvedena nominální hodnota (NH) jednotlivých dluhopisů, která je u všech uvedených dluhopisů 1 000 EUR.

[1] http://www.borsaitaliana.it/borsa/quotazioni/obbligazioni/obbligazioni-euro/lista.html?

Zna-čení	Dluhopis	Tržní cena *(EUR)*	Úrok p.a. *(%)*	Splatnost	ISIN	NH *(EUR)*
B1	Bnl-09 Reload Bp 5Y	1014,0	5,4	12.10.2009	IT0003684880	1 000
B2	Goldman S-10 Rel Bp	965,0	4	22.3.2010	XS0208904796	1 000
B3	Dexia C-11 Tasso Cms	905,0	4,25	26.6.2011	IT0004238306	1 000
B4	Imi Mg12 Infl Link	930,0	4	19.5.2012	IT0004357429	1 000
B5	Abn Amro-12 Trioplus	995,0	4	31.10.2012	IT0006649005	1 000
B6	Efibanca-98/13 Fr	1012,5	6,5	18.2.2013	IT0001203295	1 000
B7	Bca Carige-14 134Ind	1004,0	4	2.6.2014	IT0001336301	1 000
B8	Bei-15 Fix Cms Link	979,5	4,431	4.2.2015	XS0209787166	1 000
B9	Medio Lomb-18 75 R F	962,3	5,26	6.11.2018	IT0001271649	1 000
B10	Bei-98/18 Sticky Frf	1080,0	5,67	20.11.2018	IT0006525932	1 000

Tab. 4.1: Vstupní dluhopisy a jejich charakteristiky

Dluhopisy v Tab. 4.1 byly vybrány podle data platnosti a podle výše úroku, přičemž byl preferován vyšší výnos. Byly vybrány pouze dluhopisy, které se k 1. únoru 2009 obchodovaly a měly datum splatnosti do roku 2019, protože u dluhopisů s delší dobou splatnosti výrazně klesala úroková sazba.

4.2.2 Úvěr

Pasiva firmy Alfa bude představovat pouze přijatý úvěr od banky za úrokovou sazbu 4 % p.a., který je uveden v Tab. 4.2. Úvěr si firma vezme na počátku února 2009 za účelem investování a začne ho splácet na konci ledna 2010. K úplnému splacení úvěru dojde na konci plánovaného období, to je na konci ledna 2016.

	Datum	CF *(EUR)*
Přijatý úvěr:	1.2.2009	40 000
Splátky:	31.1.2010	3 600
	31.1.2011	5 520
	31.1.2012	7 360
	31.1.2013	7 120
	31.1.2014	6 880
	31.1.2015	6 640
	31.1.2016	10 400
Splátky celkem:		**47 520**

Tab. 4.2: CF plynoucí z přijatého úvěru

4.3 Obecná matematická formulace

V této podkapitole bude definována účelová funkce modelu a jednotlivé omezující podmínky, které budou použity pro řešení problému a budou zde také okomentovány.

Účelová funkce:

$$\textbf{(ÚF)} \quad \frac{1}{|S|}\sum_{s\in S} WT^{s} \longrightarrow \max, \tag{4.3.1}$$

Omezující podmínky:

$$\textbf{(P1)} \quad \sum_{j\in J} x_j \, p_j = b_0 , \tag{4.3.2}$$

$$\textbf{(P2)} \quad \sum_{j\in J} y_{jt}^{s} \, p_{jt}^{s} + \sum_{j\in J} pf_{jt}^{s} \, z_{jt}^{s} + \sum_{j\in J} y_{t-1}^{+s} \, r_{t-1} - L_t = \sum_{j\in J} x_{jt}^{s} \, p_{jt}^{s} , \tag{4.3.3}$$

$$\textbf{(P3)} \quad \sum_{j\in J} pf_{jt}^{s} \, z_{jt}^{s} + y_{t-1}^{+s} \, r_{t-1} > L_t , \tag{4.3.4}$$

$$\textbf{(P4)} \quad \sum_{j\in J} pf_{jt}^{s} \, z_{jt}^{s} + y_{t-1}^{+s} \, r_{t-1} - L_t = y_t^{+s} , \tag{4.3.5}$$

$$\textbf{(P5)} \quad y_{jt}^{s} < x_j , \tag{4.3.6}$$

$$\textbf{(P6)} \quad x_j ,\ x_{jt}^{s} ,\ y_{jt}^{s} ,\ y_t^{+s} > 0 , \tag{4.3.7}$$

$$\textbf{(P7)} \quad z_j ,\ z_{jt}^{s} \le 15000 , \tag{4.3.8}$$

$$\text{kde:} \quad WT^{s} = \sum_{j\in J} z_{j\bar{T}}^{s} \, p_{j\bar{T}}^{s} + y_{\bar{T}-1}^{+s} \, r_{\bar{T}-1} , \tag{4.3.9}$$

kde $j \in J$, $s \in S$ a $t \in T$. S vyjadřuje jednotlivé scénáře a WT^{s} vyjadřuje celkové bohatství na konci plánovaného horizontu v daném scénáři s. b_0 vyjadřuje výši hotovosti, kterou má firma k dispozici na počátku plánovaného období, p_j vyjadřuje cenu jednotlivých dluhopisů na nominální hodnotu na počátku plánovaného období, p_{jt}^{s} vyjadřuje předpokládanou cenu jednotlivých dluhopisů na nominální hodnotu na počátku druhé fáze, $p_{j\bar{T}}^{s}$ vyjadřuje předpokládanou tržní cenu na jednotku nominální hodnoty, za niž budou na konci druhé fáze v daném scénáři jednotlivé dluhopisy prodány, pf_{jt}^{s} vyjadřuje finanční toky generované jednotlivými cennými papíry v čase t ve scénáři s na jednotku nominální hodnoty daného cenného papíru, x_j vyjadřuje nominální hodnotu jednotlivých nakoupených cenných papírů na počátku plánovaného období, x_{jt}^{s} vyjadřuje nominální hodnotu jednotlivých nakoupených cenných papírů na počátku druhé fáze ve scénáři s, y_{jt}^{s} vyjadřuje nominální hodnotu jednotlivých prodaných cenných papírů na počátku druhé fáze ve scénáři s, y_{t}^{+s} vyjadřuje poskytnuté zápůjčky firmě Beta v čase t a scénáři s za jednoletou forwardovou úrokovou sazbu r_{t}^{s} v čase t a scénáři s, $y_{\bar{T}-1}^{+s}$ představuje výši zápůjčky poskytnuté firmou Alfa firmě Beta rok před koncem plánovaného období, z_{j} vyjadřuje nominální hodnotu cenných papírů v portfoliu v první fázi, z_{jt}^{s} vyjadřuje nominální hodnotu cenných papírů v portfoliu v čase t a scénáři s v druhé fázi, $z_{j\bar{T}}^{s}$ vyjadřuje nominální hodnotu jednotlivých prodaných dluhopisů na konci plánovaného horizontu v daném scénáři, a L_{t} vyjadřuje tok pasiv očekávaný v čase t.

Účelová funkce zadaného úkolu je definována v rovnici (4.3.1) a vyjadřuje maximalizaci bohatství na konci plánovaného horizontu. Celkové bohatství pro jednotlivé scénáře je vypočteno pomocí rovnice (4.3.9) v níž se předpokládá, že na konci plánovaného horizontu budou všechny dluhopisy prodány za aktuální tržní cenu. Aby mohla být úloha správně vyřešena a aby byly splněny všechny zadané požadavky firmy, musí být definovány omezující podmínky.

Podmínka P1 vyjadřuje, že suma nákupů cenných papírů na počátku první fáze plánovaného období se musí rovnat výši hotovosti na počátku. Na počátku první fáze nemá firma Alfa v úmyslu poskytovat firmě Beta žádnou zápůjčku, ale celou hotovost investovat do dluhopisů.

Podmínka P2 vyjadřuje, že suma nákupů cenných papírů na počátku druhé fáze se rovná součtu příjmů získaných z prodeje cenných papírů na počátku druhé fáze, příjmům z dluhopisů na konci první fáze a příjmům ze zápůjček poskytnutých rok před koncem první fáze po odečtení pasivních plateb na konci první fáze. Na počátku druhé fáze nemá firma Alfa v úmyslu poskytovat firmě Beta žádnou zápůjčku, ale veškeré prostředky investovat do dluhopisů.

Podmínka P3 zajišťuje, že příjmy z portfolia v čase t a příjmy z poskytnutých zápůjček v čase $t-1$ budou vyšší nebo rovny jednotlivým tokům pasiv v čase t.

Podmínka P4 vyjadřuje, že zápůjčka poskytnutá firmě Beta v čase t se vypočte jako součet příjmů z portfolia v čase t a příjmů ze zápůjček poskytnutých v čase $t-1$ od nichž se odečtou pasivní finanční toky v čase t.

Podmínka P5 vyjadřuje, že na počátku druhé fáze nelze prodat více cenných papírů j, než jich bylo nakoupeno v první fázi.

Podmínka P6 zajišťuje, že nominální hodnota nakoupených i prodaných cenných papírů a výše poskytnutých zápůjček v první i druhé fázi je větší než nula.

Podmínka P7 zajišťuje, že nominální hodnota jednotlivých dluhopisů v portfoliu nepřekročí 15 000 EUR.

4.4 Řešení úkolu

V této podkapitole bude popsáno praktické řešení úlohy. V první části bude uveden stručný popis řešení úkolu v MS Excell a v dalších částech budou podrobně popsány jednotlivé kroky řešení.

4.4.1 Postup řešení v MS Excell

1. Výpočet tržních cen jednotlivých dluhopisů B6-B10 přepočtených na jednotku nominální hodnoty k datu 1.2.2013 a k datu 31.1.2016 pro tři scénáře pomocí simulace Monte Carlo a Brownova aritmetického procesu.
2. Výpočet finančních toků na jednotku nominální hodnoty generovaných jednotlivými dluhopisy v jednotlivých letech podle doby jejich splatnosti a kupónové sazby. To znamená vyjádření výplat přijatých kupónů v jednotlivých letech a splátek nominálních hodnot jednotlivých dluhopisů v době jejich splatnosti pro jednotlivé scénáře.
3. Dále bude pro jednotlivé scénáře vytvořen vektor proměnných, který bude obsahovat nominální hodnotu jednotlivých nakoupených dluhopisů na počátku první fáze x_j, nominální hodnotu jednotlivých nakoupených dluhopisů na počátku druhé fáze x_{jt}^s, nominální hodnotu jednotlivých prodaných dluhopisů na počátku druhé fáze y_{jt}^s a výši poskytnutých zápůjček y_t^{+s} firmy Alfa firmě Beta v jednotlivých letech.
4. Dalším krokem řešení je vytvoření tabulky, která popisuje složení portfolia dluhopisů v první i druhé fázi plánovaného období a vytvoření tabulky finančních toků plynoucích z portfolia a zápůjček, která slouží pro následný propočet omezujících podmínek.

5. Propočet omezujících podmínek P1 – P8 pro jednotlivé scénáře.
6. Propočet konečného bohatství pro jednotlivé scénáře podle rovnice (4.3.9) a propočet účelové funkce podle rovnice (4.3.1).
7. Sestavení *Řešitele* (zadání parametrů) a výpočet optimálního řešení portfolia pro jednotlivé scénáře.

4.4.2 Výpočet budoucí tržní ceny dluhopisů

Prvním krokem řešení je výpočet předpokládaných budoucích tržních cen dluhopisů na jednotku nominální hodnoty. Tržní cena jednotlivých dluhopisů k 1.2.2009 byla zjištěna z internetových stránek Borsa Italiana S.p.A. Protože ale budou dluhopisy prodávány a nakupovány i na počátku druhé fáze, to je 1.2.2013 a na konci druhé fáze, to je 31.1.2016, musí být odhadnuta tržní cena dluhopisů i k těmto datům.

Aby mohla být budoucí tržní cena co nejpřesněji odhadnuta, byly z internetových stránek Borsa Italiana S.p.A zjištěny tržní ceny dluhopisů vždy k počátku měsíce od května 2004 do února 2009, tj. řada 58 cen. U těchto cen bylo testováno, zda se vyvíjí podle Vašíčkova modelu:

$$dx = a(b - r)dt + \sigma\, d\tilde{z}\ , \tag{4.4.1}$$

Cox-Ingersoll-Rossova modelu:

$$dx = a(b - x)dt + \sigma \sqrt{r}\, d\tilde{z}\ , \tag{4.4.2}$$

Brownova aritmetického procesu:

$$dx = \alpha\, dt + \sigma\, dz\ , \tag{4.4.3}$$

nebo spíše Brownova geometrického procesu:

$$dx = \alpha\, x\, dt + \sigma\, x\, dz\ , \tag{4.4.4}$$

kde dx vyjadřuje změnu tržní ceny, a vyjadřuje rychlost přibližování k dlouhodobé rovnováze tržní ceny, b vyjadřuje dlouhodobou rovnováhu tržní ceny, dt vyjadřuje délku časového období, σ vyjadřuje směrodatnou odchylku tržní ceny, dz vyjadřuje náhodnou proměnnou z normovaného normálního rozdělení, α představuje střední hodnotu tržní ceny a x představuje tržní cenu.

Pomocí těchto procesů a simulace Monte Carlo byly vypočteny ceny dluhopisů od května 2004 do února 2009 a pomocí odchylky (4.4.5) byly vypočtené ceny srovnány se skutečnými zjištěnými tržními cenami.

$$odchylka = \sqrt{(p_{vyp.,t} - p_{zjišť.,t})^2} \tag{4.4.5}$$

Protože nejmenší odchylka mezi vypočtenými a skutečnými cenami byla zjištěna u Brownova aritmetického procesu, byly tržní ceny dluhopisů pro následující roky vypočteny pomocí tohoto procesu (4.4.3) a simulace Monte Carlo. Budoucí tržní ceny byly vypočteny pouze pro dluhopisy B6 až B10, protože dluhopisy B1 až B5 budou na počátku druhé fáze již po splatnosti a nebude tedy možné je koupit ani prodat. Protože budoucí tržní ceny nelze určit přesně, ale pouze odhadnout, byly vytvořeny 3 scénáře vývoje cen. Pro každý z těchto scénářů bude dále vytvořeno optimální portfolio, které bude odpovídat všem stanoveným podmínkám. Budoucí tržní ceny za jeden dluhopis jsou uvedeny v následující Tab. 4.3. Pro převedení na tržní ceny na jednotku nominální hodnoty je nutné ceny uvedené v Tab. 4.3 vydělit tisícem, protože všechny dluhopisy mají nominální hodnotu 1 000 EUR.

Aby byla vypočtená účelová funkce přesnější, bylo by vhodné vytvořit podstatně více scénářů vývoje cen dluhopisů. Tím by se však výrazně zvýšil počet omezujících podmínek i výsledných proměnných. Protože je však pro výpočet použit pouze program MS Excell, není to z hlediska kapacity *Řešitele* možné.

	1/2/09	**1. scénář**		**2. scénář**		**3. scénář**	
		1/2/13	**1/2/16**	**1/2/13**	**1/2/16**	**1/2/13**	**1/2/16**
B6	1012,5	1080,5	-	1072,3	-	1055,2	-
B7	1004,0	1028,9	-	1023,6	-	1010,9	-
B8	979,5	937,0	-	927,6	-	905,3	-
B9	962,3	1033,1	958,6	1019,8	945,0	988,5	1075,0
B10	1080,0	1144,7	1045,7	1127,1	1027,5	1085,4	1200,4

Tab. 4.4.3: Tržní ceny dluhopisů

4.4.3 Výpočet finančních toků generovaných dluhopisy

Druhým krokem řešení je výpočet finančních toků generovaných jednotlivými dluhopisy v jednotlivých letech na jednotku nominální hodnoty dluhopisu. Tyto finanční toky jsou vypočteny pro jednotlivé dluhopisy pomocí tržní ceny na počátku první fáze, uvedených pevných kupónových sazeb jednotlivých dluhopisů a podle jejich splatnosti a nominální hodnoty. Při nákupu cenných papírů jsou nejdříve vynaloženy prostředky na jeho získání ve výši jeho tržní ceny, které jsou v tabulce finančních toků uvedeny se znaménkem mínus. Následně jsou s nakoupenými cennými papíry spojeny výplaty přijatých kupónů v jednotlivých letech, které jsou vypočteny jako:

$$CF = \frac{c\,NH}{100} \qquad (4.4.6)$$

a výplaty přijaté v době splatnosti dluhopisů, které jsou vypočteny jako:

$$CF = \frac{c\,NH}{100} + NH\,, \qquad (4.4.7)$$

kde CF vyjadřuje výši výplaty, c vyjadřuje kupónovou sazbu a NH nominální hodnotu dluhopisu.

Aby šlo o finanční toky na jednotku nominální hodnoty, musí být vypočtené finanční toky poté vyděleny tisícem, protože všechny dluhopisy mají nominální hodnotu 1 000 EUR. Vypočtené finanční toky generované jednotlivými dluhopisy jsou v první fázi pro všechny scénáře stejné, protože nejsou nijak ovlivněny budoucí tržní cenou dluhopisu. Pro druhou fázi se u jednotlivých scénářů liší náklady na nákup dluhopisů na počátku druhé fáze, ale výše přijatých kupónů je pro všechny scénáře stále stejná. Finanční toky generované dluhopisy v jednotlivých letech na jednotku nominální hodnoty jsou uvedeny v Tab. 4.4.

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
CF 2/09	**-1,01**	**-0,97**	**-0,91**	**-0,93**	**-1,00**	**-1,01**	**-1,00**	**-0,98**	**-0,96**	**-1,08**
CF 2/10	1,05	0,04	0,04	0,04	0,04	0,07	0,04	0,04	0,05	0,06
CF 2/11	0,00	1,04	0,04	0,04	0,04	0,07	0,04	0,04	0,05	0,06
CF 2/12	0,00	0,00	1,04	0,04	0,04	0,07	0,04	0,04	0,05	0,06
CF 2/13	0,00	0,00	0,00	1,04	1,04	0,07	0,04	0,04	0,05	0,06
CF 2/14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,07	0,04	0,04	0,05	0,06
CF 2/15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,04	0,04	0,05	0,06
CF 2/16	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,04	0,05	0,06

Tab. 4.4: Finanční toky generované dluhopisy v jednotlivých letech na jednotku NH

4.4.4 Vytvoření vektoru proměnných

Třetím krokem řešení je vytvoření vektoru proměnných, který je znázorněn v Tab. 4.5. V tomto případě bude mít vektor proměnných čtyři sloupce pro každý scénář. První sloupec obsahuje nákup jednotlivých cenných papírů na počátku první fáze x_j a je pro všechny scénáře stejný, protože nákup cenných papírů v první fázi je nezávislý na scénáři. Druhý sloupec obsahuje nákup jednotlivých cenných papírů na počátku druhé fáze x_{jt}^s, třetí sloupec obsahuje prodej jednotlivých cenných papírů na počátku druhé fáze y_{jt}^s a čtvrtý sloupec obsahuje poskytnuté zápůjčky y_t^{+s} firmy Alfa firmě Beta k 1.2.2010, 2011, 2012, 2014 a 2015. V roce 2009 a 2013 nemá firma Alfa v úmyslu poskytovat žádné zápůjčky, ale veškeré peníze chce investovat do dluhopisů. Proto nejsou zápůjčky v těchto letech obsaženy ani ve vektoru proměnných. Celkem je pro výpočet optimálního portfolia použito 79 proměnných a jejich výsledné hodnoty jsou vypočteny pomocí *Řešitele*. Výsledné nákupy a prodeje budou ve vektoru proměnných vyjádřeny jako nominální hodnoty jednotlivých dluhopisů a u poskytnutých zápůjček bude jejich výše vyjádřena v eurech.

CP	Nákup 1.2.2009	Nákup 1.2.2013	Prodej 31.1.2013
B1			
B2			
...			
B9			
B10			

Datum	Poskytnuté zápůjčky
1.2.2010	
1.2.2011	
1.2.2012	
1.2.2014	
1.2.2015	

Tab. 4.5: Vektor proměnných

4.4.5 Vytvoření tabulky finančních toků z dluhopisů v portfoliu

Čtvrtým krokem řešení je vytvoření tabulky, která vyjadřuje složení portfolia dluhopisů v první i druhé fázi plánovaného období a vytvoření tabulky finančních toků plynoucích z vytvořeného optimálního portfolia a poskytnutých zápůjček firmou Alfa firmě Beta, která je potřebná pro následný propočet omezujících podmínek.

Finanční toky plynoucí z portfolia a zápůjček jsou uvedeny v následující Tab. 4.6. V únoru 2009 jsou vynaloženy prostředky na nákup dluhopisů a ty jsou v tabulce uvedeny se znaménkem mínus. V následujících čtyřech sloupcích jsou vypočteny toky, které firmě plynou z držby dluhopisů v 1. fázi plánovaného období. Tyto toky jsou vypočteny jako součin finančních toků generovaných jednotlivými dluhopisy na jednotku nominální hodnoty a nominální hodnoty jednotlivých dluhopisů v první fázi.

V únoru 2013 dojde k prodeji některých dluhopisů, které zůstaly v portfoliu z první fáze a nákupu nových dluhopisů. Prodej dluhopisů je uveden se znaménkem + a nákup dluhopisů je uveden se znaménkem -. V následujících třech sloupcích jsou vypočteny toky, které firmě plynou z držby dluhopisů v 2. fázi plánovaného období.

V posledním sloupci jsou uvedeny finanční toky plynoucí z prodeje všech dluhopisů, které v portfoliu zbyly ke konci druhé fáze. Tyto toky jsou vypočteny jako součin tržních cen dluhopisů na jednotku nominální hodnoty k 1.2.2016 a nominální hodnoty jednotlivých dluhopisů v druhé fázi.

V dolní části Tab. 4.6 jsou vypočteny celkové příjmy z portfolia za jednotlivé roky, příjmy ze zápůjček v čase t, dále jsou v tabulce uvedeny poskytnuté zápůjčky, které jsou vypočteny jako součet příjmů z portfolia, příjmů ze zápůjček a splátek úvěru.

	1. fáze					**2. fáze**					
	Nákup 2/09	**CF 2/10**	**CF 2/11**	**CF 2/12**	**CF 2/13**	**Nákup 2/13**	**Prodej 2/13**	**CF 2/14**	**CF 2/15**	**CF 2/16**	**Prodej 2/16**
B1	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+
...	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+
B10	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+
Příjmy z portfolia:	-	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+
Příjmy ze zápůjček:			+	+	+				+	+	
Splátky úvěru:		-3600	-5520	-7360	-7120			-6880	-6640	-10400	
Poskytnuté zápůjčky:		-	-	-				-	-		

Tab. 4.6: CF z portfolia a zápůjček

4.4.6 Propočet omezujících podmínek

Pátým krokem řešení je propočet omezujících podmínek P1 až P7 dle rovnic (4.3.2) až (4.3.8) pro jednotlivé scénáře.

Podmínka P1 vyjadřuje, že suma nákupů cenných papírů na počátku první fáze plánovaného období se musí rovnat výši hotovosti na počátku. Výše hotovosti na počátku je 50 000 EUR.

Podmínka P2 vyjadřuje, že suma nákupů cenných papírů na počátku druhé fáze se rovná součtu příjmů získaných z prodeje cenných papírů a příjmům z cenných papírů po odečtení pasivních plateb na konci první fáze. Všechny potřebné mezivýpočty jsou zahrnuty v Tab. 4.6.

Podmínka P3 zajišťuje, že příjmy z portfolia v čase t a poskytnutých zápůjček v čase $t-1$ budou vyšší nebo rovny jednotlivým tokům pasiv v čase t. Všechny potřebné mezivýpočty jsou zahrnuty v Tab. 4.6.

Podmínka P4 vyjadřuje, že zápůjčka poskytnutá firmě Beta v čase t se vypočte jako součet příjmů z portfolia v čase t a příjmů ze zápůjček poskytnutých v čase $t-1$ od nichž se odečtou pasivní finanční toky v čase t. Tento výpočet je zahrnut již v Tab. 4.6.

Podmínka P5 vyjadřuje, že na počátku druhé fáze nelze prodat více cenných papírů j, než jich bylo nakoupeno v první fázi. Prodej dluhopisů na počátku druhé fáze a nákup dluhopisů v první fázi jsou uvedeny ve vektoru proměnných.

Podmínka P6 zajišťuje, že nominální hodnota nakoupených i prodaných cenných papírů a poskytnutých zápůjček je větší než nula.

Podmínka P7 zajišťuje, že nominální hodnota jednotlivých dluhopisů v portfoliu nepřekročí 15 000 EUR.

4.4.7 Propočet účelové funkce a sestavení *Řešitele*

Dalším krokem řešení je propočet účelové funkce. Tato účelová funkce maximalizuje bohatství na konci plánovaného horizontu a je vypočtena pomocí rovnice (4.3.1). Bohatství na konci plánovaného horizontu pro jednotlivé scénáře je vypočtena pomocí rovnice (4.3.9). Všechny potřebné mezivýpočty pro výpočet bohatství jsou zahrnuty v Tab. 4.6.

Dalším krokem je výpočet optimálního řešení portfolia pomocí *Řešitele* v MS Excell. V *Řešiteli* je nastavená buňka, v níž je propočtena účelová funkce dle rovnice (4.3.1), jako měněné buňky jsou na staveny buňky obsahující vektor proměnných a dále jsou zde nastaveny také všechny omezující podmínky pro jednotlivé scénáře, které byly propočteny v předchozích krocích.

4.5 Výsledky řešení a jejich interpretace

V této podkapitole bude popsáno složení optimálních portfolií vypočtených pro jednotlivé scénáře.

Podle účelové funkce bylo hledáno takové portfolio, které by se skládalo z předem stanovených dluhopisů a toky z tohoto portfolia by pokryly splátky úvěru, který si firma Alfa vzala za účelem investování, přičemž hlavním cílem je maximalizovat bohatství na konci plánovaného horizontu, tj. k 1.2.2016. Finanční manažer se rozhodl vytvořit dvoufázový model a sestavit portfolio z dluhopisů obchodovaných na Italské burze. Současně je zadána podmínka, která udává, že nominální hodnota jednotlivých dluhopisů v portfoliu nemůže překročit 15 000 EUR.

První fáze plánovaného období bude trvat od 1.2.2009 do 31.1.2012 a druhá fáze plánovaného období bude trvat od 1.2.2013 do 31.2.2016. Finanční manažer provádí veškerá svá rozhodnutí o tomto portfoliu k 1. únoru 2009 a rozhoduje na následujících 7 let. Manažer učiní své rozhodnutí na základě výpočtů provedených pomocí programu MS Excel.

4.5.1 Optimální portfolio v první fázi plánovaného období

Optimální portfolio v první fázi je zcela nezávislé na scénáři, a proto je složení portfolia v první fázi pro všechny scénáře stejné. Po dosazení omezujících podmínek a účelové funkce do *Řešitele* bylo pro první fázi plánovaného období nalezeno optimální portfolio, jehož složení je vyjádřeno v Tab. 4.7. V první fázi tedy bude nakoupeno 844 EUR dluhopisu B1 Bnl-09 Reload Bp 5Y, 2 809 EUR dluhopisu B2 Goldman S-10 Rel Bp, 9 594 EUR dluhopisu B3 Dexia C-11 Tasso Cms, 15 000 EUR dluhopisu B6 Efibanca-98/13 Fr, 15 000 EUR dluhopisu B9 Medio Lomb-18 75 R F a 7 527 EUR dluhopisu B10 Bei-98/18 Sticky Frf. Současně 1.2.2012 poskytne firma Alfa jednoletou zápůjčku firmě Beta ve výši 4 833 EUR za smluvený úrok 2 % p.a. Nejvyšší podíl v portfoliu mají dluhopisy B6 a B9, protože poskytují velmi vysoký výnos a nízkou cenu. Vysoký podíl v portfoliu mají také dluhopisy B3 a B10, které také poskytují poměrně vysoký výnos. Do dluhopisů B4, B5, B7 a B8 nebylo investováno, protože nabízí nejnižší výnosy ze všech titulů.

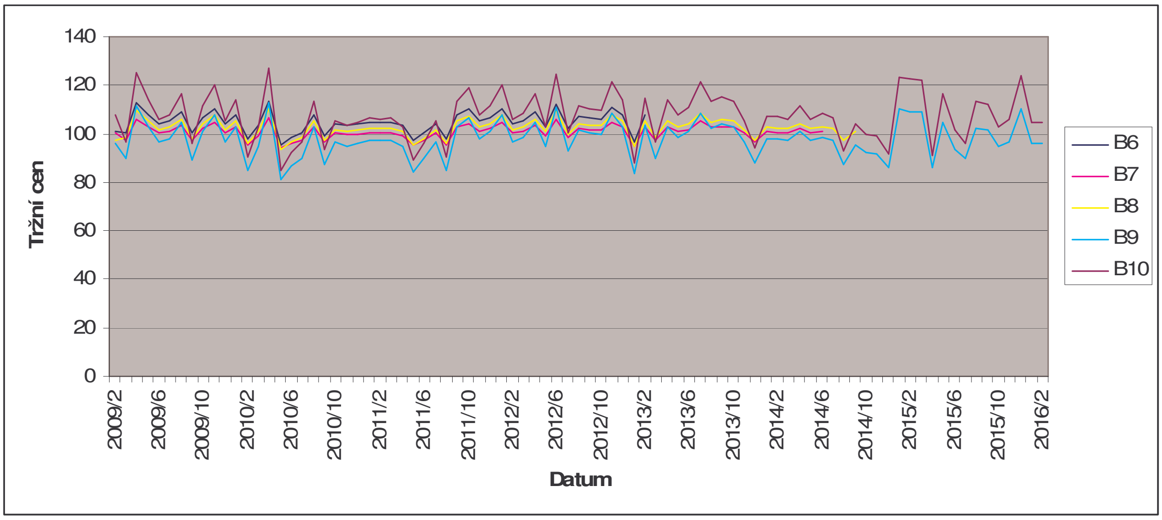
CP	Nákup 1.2.2009
B1	844
B2	2 809
B3	9 594
B4	0
B5	0
B6	15 000
B7	0
B8	0
B9	15 000
B10	7 527

Datum	Poskytnuté zápůjčky
1.2.2010	0
1.2.2011	0
1.2.2012	4 833

Tab. 4.7: Složení portfolia v 1.fázi plánovaného období

4.5.2 Optimální portfolio v druhé fázi plánovaného období

Optimální portfolio v druhé fázi plánovaného období je závislé na scénáři s, a proto bylo pro každý scénář vytvořeno zvláštní složení portfolia. V grafu 4.1 je uveden vývoj cen dluhopisů B6 až B10 pro první i druhou fázi prvního scénáře.



Graf 4.1: Vývoj cen dluhopisů B6 až B10 pro 1. scénář

Po dosazení omezujících podmínek a účelové funkce do *Řešitele* bylo pro první scénář druhé fáze plánovaného období nalezeno optimální portfolio, jehož složení je vyjádřeno v Tab. 4.8. V druhé fázi tedy bude prodáno 5 062 EUR dluhopisu B6

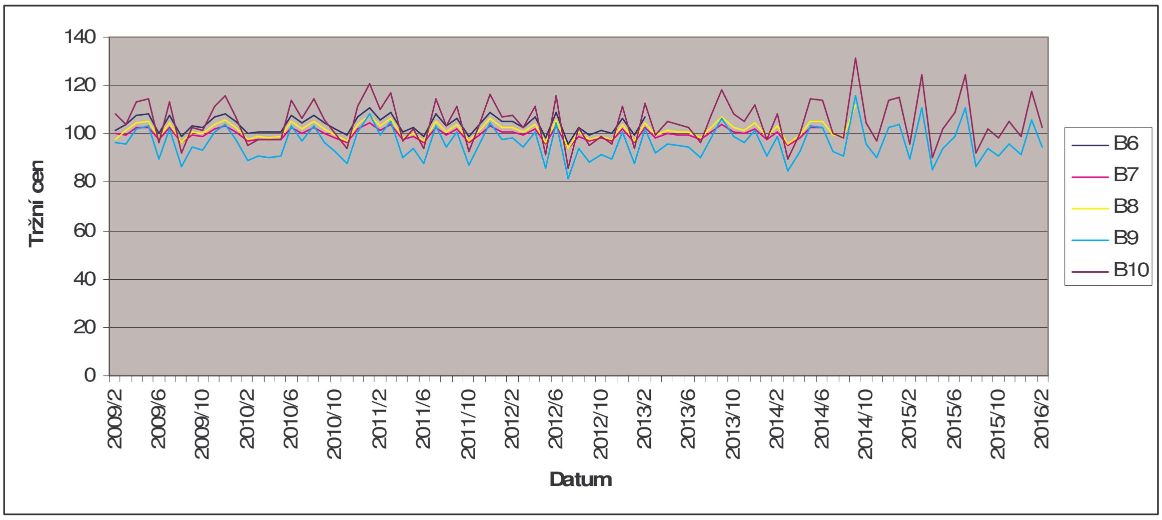
Efibanca-98/13 Fr a 7 203 EUR dluhopisu B10 Bei-98/18 Sticky Frf, protože cena těchto titulů výrazně vzrostla. Současně bude přikoupeno 4 969 EUR dluhopisu B7 Bca Carige-14 134Ind a 15 000 EUR dluhopisu B8 Bei-15 Fix Cms Link, jehož cena poklesla a nebude poskytnuta žádná zápůjčka firmě Beta. Výše bohatství na konci plánovaného období je u tohoto portfolia 20 793 EUR.

CP	Nákup 1.2.2009	Nákup 1.2.2013	Prodej 31.1.2013
B1	844	0	0
B2	2 809	0	0
B3	9 594	0	0
B4	0	0	0
B5	0	0	0
B6	15 000	0	10 109
B7	0	4 969	0
B8	0	15 000	0
B9	15 000	0	0
B10	7 527	0	7 203

Datum	Poskytnuté zápůjčky
1.2.2010	0
1.2.2011	0
1.2.2012	4 833
1.2.2014	0
1.2.2015	0

Tab. 4.8: Složení portfolia v druhé fázi pro 1. scénář

Po dosazení omezujících podmínek a účelové funkce do *Řešitele* bylo pro druhý scénář druhé fáze plánovaného období nalezeno optimální portfolio, jehož složení je vyjádřeno v Tab. 4.9. V grafu 4.2 je uveden vývoj cen dluhopisů B6 až B10 pro první i druhou fázi druhého scénáře.



Graf 4.2: Vývoj cen dluhopisů B6 až B10 pro 2. scénář

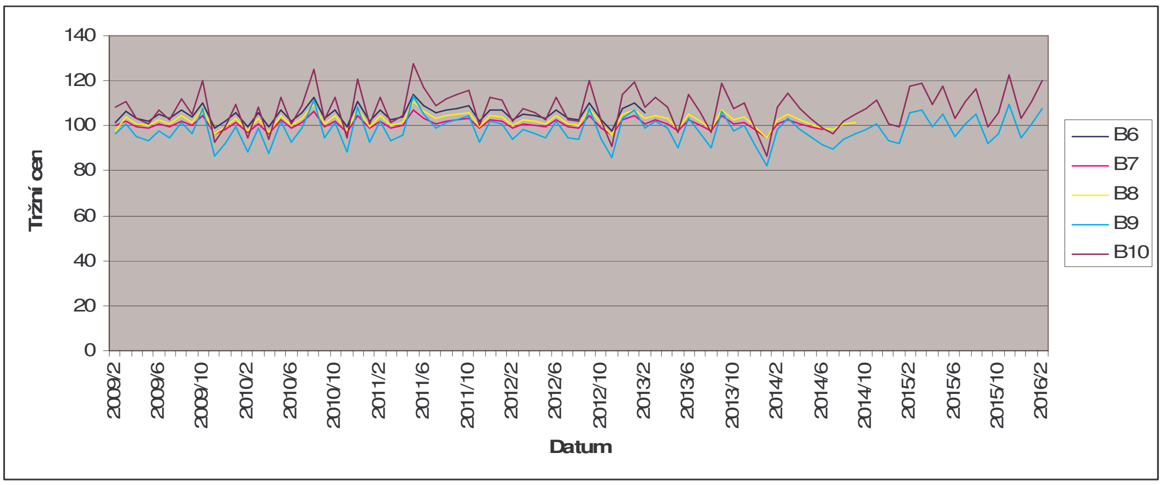
V druhé fázi tedy bude prodáno 10 103 EUR dluhopisu B6 Efibanca-98/13 Fr a 7 527 EUR dluhopisu B10 Bei-98/18 Sticky Frf, protože cena těchto titulů výrazně vzrostla. Současně bude přikoupeno 5 286 EUR dluhopisu B7 Bca Carige-14 134Ind a 15 000 EUR dluhopisu B8 Bei-15 Fix Cms Link, jehož cena poklesla. 1.2.2015 bude poskytnuta jednoletá zápůjčka firmě Beta ve výši 311 EUR. Výše bohatství na konci plánovaného období je u tohoto portfolia 20 545 EUR.

CP	Nákup 1.2.2009	Nákup 1.2.2013	Prodej 31.1.2013
B1	844	0	0
B2	2 809	0	0
B3	9 594	0	0
B4	0	0	0
B5	0	0	0
B6	15 000	0	10 103
B7	0	5 286	0
B8	0	15 000	0
B9	15 000	0	0
B10	7 527	0	7 527

Datum	Poskytnuté zápůjčky
1.2.2010	0
1.2.2011	0
1.2.2012	5 015
1.2.2014	0
1.2.2015	311

Tab. 4.9: Složení portfolia v druhé fázi pro 2. scénář

Po dosazení omezujících podmínek a účelové funkce do *Řešitele* bylo pro třetí scénář druhé fáze plánovaného období nalezeno optimální portfolio, jehož složení je vyjádřeno v Tab. 4.10. V grafu 4.3 je uveden vývoj cen dluhopisů B6 až B10 pro první i druhou fázi třetího scénáře.



Graf 4.2: Vývoj cen dluhopisů B6 až B10 pro 2. scénář

V druhé fázi tedy bude prodáno 10 110 EUR dluhopisu B6 Efibanca-98/13 Fr a 10 667 EUR dluhopisu B9 Medio Lomb-18 75 R F, jejichž cena vzrosla. Současně bude přikoupeno 4 967 EUR dluhopisu B7 Bca Carige-14 134Ind, 8 926 EUR dluhopisu B8 Bei-15 Fix Cms Link, jehož cena poklesla a 7 473 EUR dluhopisu B10 Bei-98/18 Sticky Frf. V druhé fázi plánovaného období nebude poskytnuta žádná zápůjčka firmě Beta. Výše bohatství na konci plánovaného období je u tohoto portfolia 22 664 EUR.

CP	Nákup 1.2.2009	Nákup 1.2.2013	Prodej 31.1.2013
B1	844	0	0
B2	2 809	0	0
B3	9 594	0	0
B4	0	0	0
B5	0	0	0
B6	15 000	0	10 110
B7	0	4 967	0
B8	0	8 926	0
B9	15 000	0	10 667
B10	7 527	7 473	0

Datum	Poskytnuté zápůjčky
1.2.2010	0
1.2.2011	0
1.2.2012	5 015
1.2.2014	0
1.2.2015	0

Tab. 4.10: Složení portfolia v druhé fázi pro 3. scénář

Pokud se předpokládá, že jsou všechny vypočtené scénáře stejně pravděpodobné, pak je výše bohatství na konci plánovaného období vypočtená podle rovnice (4.3.1) 21 334 EUR. Protože je hodnota konečného bohatství pro všechny scénáře vyšší než 10 000 EUR, je zřejmé, že investice do dluhopisů bude pro firmu výnosná ve všech scénářích.

4.6 Srovnání a interpretace výsledků jednotlivých variant

V této podkapitole bude srovnáno složení optimálních portfolií pro jednotlivé scénáře a rozdíly mezi nimi budou okomentovány.

	Dluhopisy	1. fáze	2. fáze		
			1. scénář	2. scénář	3. scénář
B1	Bnl-09 Reload Bp 5Y	844	0	0	0
B2	Goldman S-10 Rel Bp	2 809	0	0	0
B3	Dexia C-11 Tasso Cms	9 594	0	0	0
B4	Imi Mg12 Infl Link	0	0	0	0
B5	Abn Amro-12 Trioplus	0	0	0	0
B6	Efibanca-98/13 Fr	15 000	4 891	4 897	4 890
B7	Bca Carige-14 134Ind	0	4 969	5 286	4 967
B8	Bei-15 Fix Cms Link	0	15 000	15 000	8 926
B9	Medio Lomb-18 75 R F	15 000	15 000	15 000	4 333
B10	Bei-98/18 Sticky Frf	7 527	324	0	15 000

Tab. 4.10: Složení portfolia pro obě fáze

V Tab. 4.10 lze vidět, že v druhé fázi plánovaného období by se manažer v prvním a třetím scénáři rozhodl pro investování do pěti stejných titulů a měnil by se pouze podíl jednotlivých dluhopisů v portfoliu. V druhém scénáři by manažer investoval pouze do čtyř dluhopisů. V prvním a třetím scénáři mají největší podíl v portfoliu dluhopisy B8 a B9, protože mají poměrně nízkou cenu ve srovnání s ostatními tituly. V druhém scénáři má největší podíl v portfoliu dluhopis B10, který má sice poměrně vysokou cenu, ale současně poskytuje také druhý nejvyšší výnos ze všech titulů.

5 Závěr

Finanční a kapitálové trhy poskytují podnikům i jednotlivcům širokou škálu příležitostí k investování a získání finančních prostředků. Tyto trhy mají také zásadní význam pro fungování moderních ekonomik. Na kapitálovém trhu se setkávají emitenti a investoři. Emitenti na trh vstupují především za účelem získání finančních prostředků a investoři se snaží vhodnou investicí zhodnotit finanční prostředky, kterými disponují. Ke střetávání nabídky a poptávky po daných investičních instrumentech dochází na burze cenných papírů.

Cílem diplomové práce bylo nalezení takového portfolia, které bude odpovídat všem požadavkům firmy Alfa.

V druhé části diplomové práce byly charakterizovány cenné papíry s pevným příjmem a výnosové křivky. Největší pozornost zde byla věnována obligacím a jejich parametrům.

Třetí část diplomové práce byla zaměřena na popis metodiky řízení aktiv a pasiv za neurčitosti na bázi cenných papírů s pevným příjmem. Byly zde popsány jednotlivé modely řízení aktiv a pasiv za neurčitosti a jejich struktura.

Ve čtvrté část diplomové práce byla provedena aplikace vybraných modelů a jejich ověření. V této části byl definován problém, byla popsána vstupní data, byla provedena matematická formulace omezujících podmínek a účelové funkce, byl popsán postup řešení a následně bylo provedeno řešení problému. Jednotlivá výsledná optimální portfolia byla srovnána a okomentována. Na konci této části bylo provedeno také investiční doporučení pro firmu Alfa.

Finanční manažer firmy Alfa měl za úkol rozhodnout o vhodné skladbě portfolia, které by odpovídalo všem požadavkům firmy Alfa. Firma naspořila 10 000 EUR a má v plánu vzít si k 1.2.2009 v bance úvěr na 40 000 EUR, které chce investovat do dluhopisů a požaduje, aby výnosy z těchto dluhopisů pokryly splátky tohoto úvěru a chce maximalizovat bohatství na konci plánovaného horizontu, tj. k 1.2.2016. Finanční manažer vytvořil dynamický dvoufázový model a sestavil portfolio z dluhopisů obchodovaných na Italské burze.

První fáze plánovaného období bude trvat čtyři roky na jejím počátku budou za peníze získané úvěrem nakoupeny dluhopisy. Výnosy z těchto dluhopisů budou určeny na splátky úvěru, které firma platí vždy k 31. lednu a hotovost, která firmě zůstane bude k

1. únoru zapůjčena firmě Beta na jeden rok za smluvený úrok. Druhá fáze plánovaného období bude trvat tři roky a na jejím počátku manažer prodá některé dluhopisy, které v portfoliu zůstaly z první fáze a za peníze získané prodejem, příjmy z portfolia a příjmy ze zápůjček budou nakoupeny do portfolia další dluhopisy. Výnosy z dluhopisů budou opět určeny na splátky úvěru a hotovost, která firmě zůstane bude zapůjčena firmě Beta. Aby bylo diverzifikováno riziko nesplacení závazků emitenty daných dluhopisů, byla zadána podmínka, která udává, že nominální hodnota jednotlivých dluhopisů v portfoliu nemůže překročit 10 000 EUR. Finanční manažer provedl veškerá svá rozhodnutí o tomto portfoliu k 1. únoru 2009 a na základě výpočtů provedených pomocí programu MS Excel ze sady Microsoft Office.

Tržní cena jednotlivých dluhopisů k 1.2.2009 byla zjištěna z internetových stránek Borsa Italiana S.p.A. Protože ale budou dluhopisy prodávány a nakupovány i na počátku a konci druhé fáze, byly pomocí Brownova aritmetického procesu a simulace Monte Carlo odhadnuty tržní ceny dluhopisů i k těmto datům. Protože ale budoucí tržní ceny nelze určit přesně, ale pouze odhadnout, byly vytvořeny 3 scénáře vývoje cen a optimální portfolio bylo hledáno pro jednotlivé scénáře.

Na základě provedených výpočtů doporučil manažer firmě Alfa investovat v první fázi plánovaného období do 844 EUR dluhopisu Bnl-09 Reload Bp 5Y, 2 809 EUR dluhopisu Goldman S-10 Rel Bp, 9 594 EUR dluhopisu Dexia C-11 Tasso Cms, 15 000 EUR dluhopisu Efibanca-98/13 Fr, 15 000 EUR dluhopisu Medio Lomb-18 75 R F a 7 527 EUR dluhopisu Bei-98/18 Sticky Frf. Současně 1.2.2012 poskytne firma Alfa jednoletou zápůjčku firmě Beta ve výši 4 833 EUR za smluvený úrok. Nejvyšší podíl v portfoliu mají dluhopisy B6 a B9, protože poskytují velmi vysoký výnos a nízkou cenu. Do dluhopisů B4, B5, B7 a B8 nebylo investováno, protože nabízí nejnižší výnosy ze všech titulů.

O tom, které dluhopisy budou na konci první fáze prodány a které budou nakoupeny pro druhou fázi plánovaného období bude rozhodnuto až na konci první fáze podle toho, jak se budou vyvíjet ceny dluhopisů. Pro první scénář druhé fáze plánovaného období nalezeno takové optimální portfolio, v němž bude prodáno 5 062 EUR dluhopisu Efibanca-98/13 Fr a 7 203 EUR dluhopisu Bei-98/18 Sticky Frf, protože cena těchto titulů výrazně vzrostla. Současně bude přikoupeno 4 969 EUR dluhopisu Bca Carige-14 134Ind a 15 000 EUR dluhopisu Bei-15 Fix Cms Link, jehož cena poklesla a nebude poskytnuta žádná zápůjčka firmě Beta. Výše bohatství na konci plánovaného období je u tohoto portfolia 20 793 EUR. Pro druhý scénář druhé fáze plánovaného období nalezeno takové optimální portfolio, kde bude prodáno 10 103 EUR dluhopisu Efibanca-98/13 Fr a 7 527 EUR dluhopisu Bei-98/18 Sticky Frf, protože cena těchto titulů výrazně vzrostla. Současně bude přikoupeno 5 286 EUR dluhopisu Bca Carige-14 134Ind a 15 000 EUR dluhopisu Bei-15 Fix Cms Link, jehož cena poklesla. 1.2.2015 bude poskytnuta jednoletá zápůjčka firmě Beta ve výši 311 EUR. Výše bohatství na konci plánovaného období je u tohoto portfolia 20 545 EUR. Pro třetí scénář druhé fáze plánovaného období nalezeno takové optimální portfolio, v němž bude prodáno 10 110 EUR dluhopisu Efibanca-98/13 Fr a 10 667 EUR dluhopisu Medio Lomb-18 75 R F, jejichž cena vzrosla. Současně bude přikoupeno 4 967 EUR dluhopisu Bca Carige-14 134Ind, 8 926 EUR dluhopisu Bei-15 Fix Cms Link, jehož cena poklesla a 7 473 EUR dluhopisu Bei-98/18 Sticky Frf. V druhé fázi plánovaného období nebude poskytnuta žádná zápůjčka firmě Beta. Výše bohatství na konci plánovaného období je u tohoto portfolia 22 664 EUR.

Pokud se předpokládá, že jsou všechny vypočtené scénáře stejně pravděpodobné, pak bude výše bohatství na konci plánovaného období vypočtená podle účelové funkce 21 334 EUR. Protože je hodnota konečného bohatství pro všechny scénáře vyšší než 10 000 EUR, je zřejmé, že investice do dluhopisů bude pro firmu výnosná ve všech scénářích.

Použitá literatura

[1] FABOZZI, Frank J. Advances in Fixed Income Valuation Modeling and Risk Management. 1. vyd. New Hope, Pennsylvania: Frank Fabozzi Associates, 1997. 379 s. ISBN 1-883249-17-1.

[2] FABOZZI, Frank J. The Handbook of Fixed Income Securities. 6. vyd. McGraw-Hill, New York, 2001. 1373 s. ISBN 0-07-135805-6.

[3] KOHOUT, Pavel. Investiční strategie pro třetí tisíciletí. 5. vyd. Praha: Grada Publishing, spol. s r.o., 2008. 288 s. ISBN 978-80-247-2559-8.

[4] STEIGAUF, Slavomír. Investiční matematika. 1.vyd. Praha: Grada Publishing, spol. s r.o., 1999. 336 s. ISBN 80-7169-429-0

[5] ZIEMBA, William T.; MULVEY, John M. Worldwide Asset and Lability Modeling. 1. vyd. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. 665 s. ISBN 0-521-57187-1.

[6] ZMEŠKAL, Zdeněk a kol. Finanční modely. 1. vyd. Praha: Ekopress, s. r. o. 2004. 236 s. ISBN 80-86119-87-4.

Internetové zdroje:

[7] DĚDEK, Oldřich. Teorie a řízení portfolia. Institut ekonomických studií. Fakulta sociálních věd University Karlovy [online]. [cit. 2009-01-15]. Dostupné z WWW: <http://samba.fsv.cuni.cz/~dedek/Portfolio%20Analysis/hc01%20Teorie%20a%20%C599%C3%ADzen%C3%AD%20portfolia.pdf>.

[8] KOHOUT, Pavel. Ekonomická analýza výnosových křivek. PPF a.s. [online]. 2005, březen. 16 s. [cit. 2009-01-15]. Dostupné z WWW: <http://panda.hyperlink.cz/cestapdf/pdf05c3/kohout.pdf>. ISSN 0322-788X.

[9] <http://www.rb.cz/treasury/urokova-rizika/fra/>.

[10] <http://www.kb.cz/cs/seg/seg3/products/fra.shtml>.

[11] <http://www.penize.cz/15938-swapy>.

[12] <http://www.finance.cz/financovani-bydleni/informace/hypoteky/hypotecni-zastavni-listy/>.

[13] <http://www.penize.cz/15920-hypotecni-zastavni-listy>.